

Descomposición en pistones circulares para la obtención de la radiación acústica de un pistón rectangular

J. Alba^{a,*}, J.P. Arenas^b y R. del Rey^a

^a Instituto de Gestión Integral de Zonas Costeras (IGIC), Departamento de Física Aplicada, Escuela Politécnica Superior de Gandía, Universidad Politécnica de Valencia, Grao de Gandía, Valencia, España

^b Institute of Acoustics, Univ. Austral de Chile, Valdivia, Chile

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:

Recibido el 4 de abril de 2011

Aceptado el 18 de mayo de 2011

On-line el 9 de febrero de 2012

Palabras clave:

Radiación sonora

Pistón

Altavoces planos

Vibración superficial

R E S U M E N

La obtención de la presión radiada por superficies planas no es un problema nuevo. Es un problema que está en estudio por la complejidad del tema y por su aplicación al diseño de altavoces planos. Estos son cada vez más comunes en televisores, techos, pantallas de cine, paneles, etc. En estos casos predomina sobre todo la forma rectangular.

El modelo más sencillo para tratar la conversión de la vibración de la superficie en presión radiada en un punto es el de fuentes simples. Este modelo es sencillo pero muy lento, sobre todo en cálculos a frecuencias altas. En el caso de superficies rectangulares existen modelos que utilizan funciones auxiliares relativamente complejas aplicables a casos concretos.

En este trabajo se plantea la descomposición de la superficie rectangular en superficies circulares, realizando asociaciones de área, buscando así un método rápido que se base en pistones circulares cuyo comportamiento es conocido con un error aceptable en la asignación.

© 2011 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Decomposition in circular pistons to obtain the acoustic radiation of a rectangular piston

A B S T R A C T

Obtaining pressure radiated by flat surfaces is not a new problem. This problem has studied by the complexity of the topic and its application to design flat speakers. These kind of speakers are the speakers that we use in televisions, ceilings, cinema screens, panels, etc. in this cases usually we have rectangular speakers.

The single source model is the simplest model to convert the surface vibration to radiated pressure in a point. This is an easy model but it is very slow, especially when we want calculate at high frequencies. For rectangular surfaces there are models that use relatively complex auxiliary functions. In this case the calculation is accelerated but its implementation is more complicated and is necessary to particularize each situation.

This paper presents the decomposition of a rectangular surface in several circular surfaces, by means of area associations, seeking a rapid method based on circular pistons whose behavior is known with an acceptable error in the allocation.

© 2011 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L. All rights reserved.

Keywords:

Sound radiation

Piston

Flat loudspeakers

Surface vibration

* Autor para correspondencia.

Correos electrónicos: jesalba@fis.upv.es (J. Alba), jparenas@uach.cl (J.P. Arenas), roderey@doctor.upv.es (R. del Rey).

URLs: <http://www.fisgan.upv.es/disao/> (J. Alba), <http://www.fci.uach.cl/instituto/acustica/home.htm> (R. del Rey).

1. Introducción

La obtención de la presión radiada por superficies planas no es un problema nuevo, pero sigue en estudio en función del tipo de geometría y sus condiciones. Los modelos más comunes parten del método de fuente simple, donde a partir de la vibración de un punto se obtiene la presión radiada a una cierta distancia [1,2]. Esto se

realiza generalmente en campo lejano, es decir, a distancias mayores que el tamaño de la fuente generadora. La extensión del modelo de fuente simple a diferentes condiciones de superficie, generalmente por integración, permite obtener la presión radiada por toda la superficie [2-4]. Además, a partir de la misma técnica se pueden obtener otras variables importantes, como la resistencia de radiación directamente relacionada con la potencia acústica radiada por la superficie [1,3,4].

Este tipo de modelos tienen aplicación directa en el diseño de altavoces [5]. Por ejemplo, en trabajos anteriores se ha estudiado el comportamiento de superficies no planas para conos de altavoces, tanto de la presión radiada o de su rendimiento [6,7], la radiación acústica de superficies planas aplicadas a altavoces [8,9] o incluso el efecto en superficies en forma de elipse [10].

La geometría más conocida y ya resuelta en diferentes condiciones es el pistón plano circular, en el caso en el que toda la superficie de un círculo vibra con la misma amplitud y fase. En diferentes referencias puede encontrarse su estudio [2-4,6]. Una ventaja clara de este modelo de pistón circular es que posee expresión analítica. Sin embargo, en el caso de otro tipo de superficies, como la rectangular, no existen modelos analíticos.

En este caso, algunos autores han optado por el estudio de forma genérica de estas superficies. Wallace [11] planteó un estudio genérico al respecto, para la obtención de la resistencia de radiación. Heckl [12] propuso también un estudio respecto a la radiación de superficies planas. Williams [13] introduce series para la obtención de la potencia radiada por estas superficies. En Xie et al. [14] se amplía el tratamiento de la eficiencia de radiación.

En el caso concreto de superficies rectangulares, Freedman [15] propone las primeras tablas para el campo sonoro radiado por un pistón rectangular. Posteriormente han aparecido trabajos como el de Leppington et al. [16] centrado en la eficiencia de radiación de estos paneles. En trabajos más recientes se proponen diferentes modelos para plantear el problema vibroacústico de los pistones rectangulares. En Arenas [17] se plantea el uso del principio de trabajo virtual, en Li se realiza un estudio también por medio de elaboradas descomposiciones [18] y en Palumbo se plantea el uso de factores de radiación [19]. Esto evidencia que el problema no es sencillo y sigue en estudio.

En este trabajo se plantea la descomposición de la superficie rectangular en superficies circulares, realizando asociaciones de área, buscando así un método rápido que se base en pistones circulares cuyo comportamiento es conocido. Esta técnica no es nueva en sí [20], ya que se estaba aplicando en diferentes ámbitos de la acústica [1-5]. Sin embargo, en este trabajo se plantea de forma que se minimicen los errores cometidos en las asignaciones de las áreas.

2. Teoría

2.1. Presión radiada por el método de fuente simple

El modelo de fuente simple parte de la suposición de que una superficie se puede descomponer en un conjunto de fuentes simples de superficie dS [2,4]. La radiación producida por la vibración de una superficie extendida, tal como un pistón, diafragma, etc., se puede obtener como la suma de presiones. La presión producida en un punto por una fuente simple viene dada por (fig. 1):

$$dp = -j \frac{\rho_0 f \bar{u}_0 d\bar{S}}{h} e^{jk(h-ct)} \quad (1)$$

siendo $j = \sqrt{-1}$ la unidad imaginaria, ρ_0 la densidad del aire, f la frecuencia de la onda emitida por la fuente simple, u_0 la amplitud de velocidad de la superficie vibrante, h la distancia del elemento diferencial al punto en el que se quiere evaluar la presión, c la velocidad de propagación de la onda en el aire, t el tiempo y k el número

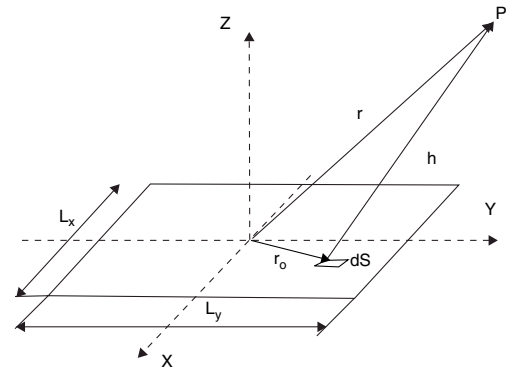


Figura 1. Pistón rectangular vibrante.

de onda. El valor de h viene dado por el módulo de la magnitud vectorial:

$$\vec{h} = \vec{r} - \vec{r}_0 = (x, y, z) - (x_0, y_0, 0) = (x - x_0, y - y_0, z) \quad (2)$$

siendo \vec{r} el vector de posición del punto de observación y \vec{r}_0 el vector de posición del diferencial de superficie. Por tanto:

$$h = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2} \quad (3)$$

Si se pretende aplicar este método a una superficie rectangular de dimensiones L_x y L_y , con una velocidad de vibración u_0 constante y en la dirección del eje OZ , la expresión (1) se puede matizar de la siguiente forma:

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0 dx dy}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}} e^{jk \left(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2} - ct \right)} \quad (4)$$

Extendida a toda la superficie rectangular, y sustituyendo la pulsación angular, $\omega = kc$:

$$p = -j \rho_0 f u_0 e^{-j\omega t} \int_{x=-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{y=-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \frac{e^{jk \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}}}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}} dy dx \quad (5)$$

La integral doble dada por (5) carece de solución analítica exacta, y ha sido estudio de varios autores citados en este trabajo. En el caso más simple en que la velocidad de vibración es constante en todos los puntos de la superficie, se requiere de una integración numérica o del uso de descomposiciones relativamente complicadas [3,8].

2.2. Presión radiada por el pistón circular

En un modelo de pistón circular en pantalla infinita, la ecuación que define la presión en condiciones de campo lejano y tomando como origen de coordenadas el centro del pistón es la siguiente [2,4]:

$$p(r, t) = j \frac{U_0 \max ck \rho_0}{2\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \frac{2J_1(kasen \theta)}{kasen \theta} \quad (6)$$

donde a representa el radio del pistón, r y θ representan las variables en coordenadas esféricas (fig. 2), siendo $U_{0\max} = \pi a^2 u_0$, la fortaleza de la fuente, que depende de la velocidad de vibración de la superficie u_0 , y $J_1(x)$ la función de Bessel de orden 1:

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \left[1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{2!3!} \left(\frac{x}{2} \right)^4 + \dots \right]; \quad (7)$$

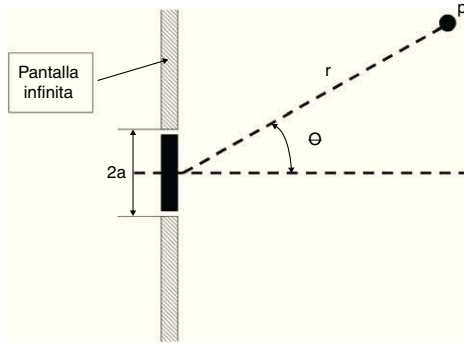


Figura 2. Pistón circular en pantalla infinita.

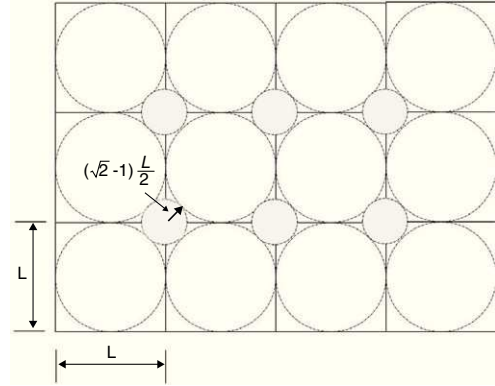


Figura 4. Nueva propuesta de troceo.

3. Propuestas de descomposición del área

3.1. Propuesta clásica de descomposición del área

En este punto se describe la forma más común de descomposición o troceo del área de un pistón rectangular en un conjunto de pistones circulares que faciliten un cálculo rápido, sin tener que utilizar el método de fuentes puntuales, que requiere tiempos de cálculo lentos. Una superficie rectangular de dimensiones Lx por Ly se descompone en cuadrados perfectos, con lo cual, debe hacer una relación de enteros de la forma $Lx = ML$ y $Ly = NL$ siendo L el lado del cuadrado considerado y $M \times N$ el número total de cuadrados que se obtienen de este troceo.

Por tanto, supuesta una superficie rectangular, esta se divide en $M \times N$ elementos, de forma que queden cuadrados perfectos. Esta es la técnica más extendida, para utilizar la formulación del pistón plano circular [1,2,4], que asocia la superficie de cada uno de los cuadrados a un círculo equivalente. En la figura 3 puede verse un ejemplo.

Si L es el lado del cuadrado, dado por el despiece del rectángulo en $M \times N$ cuadrados de lado L , se puede calcular el radio equivalente:

$$r_{eq} = \frac{L}{\sqrt{\pi}} \tag{8}$$

En la figura 3 se puede observar como hay zonas en las que los círculos se solapan y otras en las que la contribución de radiación de la superficie no se contempla, es decir, que contribuyen a la radiación pero según esta descomposición no se tienen en cuenta. Si se trocea el rectángulo en $M \times N$ cuadrados de lado L , su área total es:

$$S_T = MNL^2 \tag{9}$$

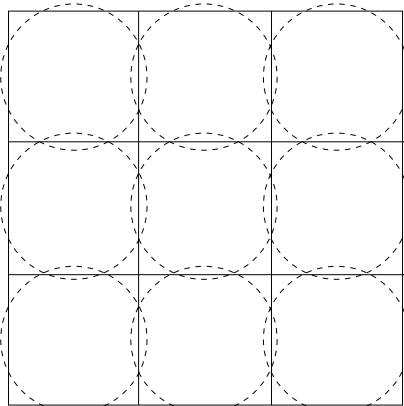


Figura 3. Descomposición igualando áreas.

Se puede calcular el área existente en la intersección de los círculos:

$$S_{exto} = 4L^2 \left(\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}} \right) MN \tag{10}$$

siendo $\alpha = \arg \tan \left(2\sqrt{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}} \right) = 0.4817 \text{ rad}$

El área total de los «agujeros» que quedan entre círculos debe coincidir con la anterior:

$$S_{def} = S_{exto} = 4L^2 \left(\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}} \right) MN \tag{11}$$

Por tanto, en esta propuesta clásica de troceo se introducen dos errores. Uno el contemplar áreas de exceso entre intersecciones entre círculos y el otro la generación de huecos entre estos. Ambos tienen la misma superficie pero forman parte del error total cometido. El área que realmente se asigna tal y como vibra es el siguiente:

$$\begin{aligned} S_1 &= MNL^2 - 4L^2 \left(\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}} \right) MN \\ &= MNL^2 \left(1 - 4\frac{\alpha}{\pi} + 2\sqrt{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}} \right) \end{aligned} \tag{12}$$

Se puede calcular ahora la desviación cometida, cuantificando las áreas por defecto y por exceso, del total. En el caso del área de defecto, lo que se corresponde con el 9,06% de la superficie total. El área de exceso coincide con esta cantidad. Por tanto, si se consideran los dos casos, hay una desviación de asignación del 18,12%, aunque el área total asignada coincida con el real de la superficie rectangular.

3.2. Nueva propuesta de descomposición

A continuación se realiza una nueva propuesta de distribución de círculos. Se plantea un método alternativo de refinamiento, donde los círculos son intrínsecos y con un segundo conjunto de círculos interiores, tal y como se muestra en la figura 4.

En este caso, si se contempla esta opción de mallado, la superficie total es la suma de las áreas de todos los círculos de radio $L/2$ y todos los círculos concéntricos interiores de radio $(\sqrt{2}-1)L/2$:

$$S_2 = MN\pi \left(\frac{L}{2} \right)^2 + (M-1)(N-1)\pi \left((\sqrt{2}-1)\frac{L}{2} \right)^2 \tag{13}$$

Por tanto, se plantean dos agrupaciones de pistones circulares, tal y como se muestra en la figura 4, con los radios ya citados. Se

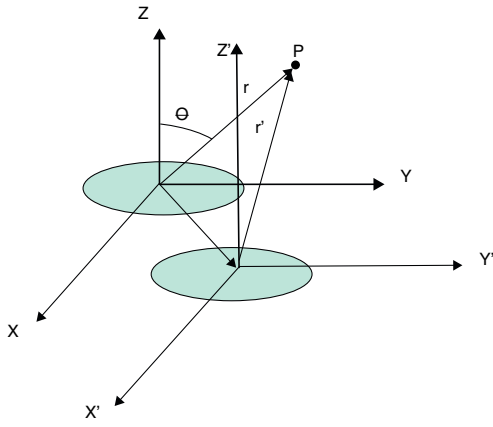


Figura 5. Traslación del pistón circular.

puede comprobar que también existen huecos entre los círculos planteados cuya área es:

$$S_{de} = MNL^2 - MN\pi\left(\frac{L}{2}\right)^2 - (M-1)(N-1)\pi\left(\frac{(\sqrt{2}-1)L}{2}\right)^2 \quad (14)$$

En este caso el error cometido respecto al valor real es el siguiente:

$$R_{2de} = 1 - \frac{\pi}{4} - \frac{(M-1)(N-1)}{MN}\pi\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 \quad (15)$$

Para M y N grande, el valor es de 0,0798, es decir, el 7,98 respecto al 18,12% de la propuesta anterior. Hay que tener en cuenta que, dado que en este caso las áreas no coinciden exactamente, se realiza una corrección de superficie en los cálculos finales.

Se puede observar que la agrupación 1 está compuesta por $M \times N$ pistones circulares de radio $L/2$. Colocando el origen de coordenadas en el extremo inferior izquierdo de la superficie rectangular, los centros de estos pistones se pueden obtener según:

$$C_{1ij} = (L(i-1/2), L(j-1/2), 0) \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N \quad (16)$$

La segunda agrupación está compuesta por $(M-1) \times (N-1)$ pistones circulares de radio $(\sqrt{2}-1)L/2$. En este caso los centros son los siguientes:

$$C_{2ij} = (Li, Lj, 0) \quad i = 1, \dots, M-1 \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (17)$$

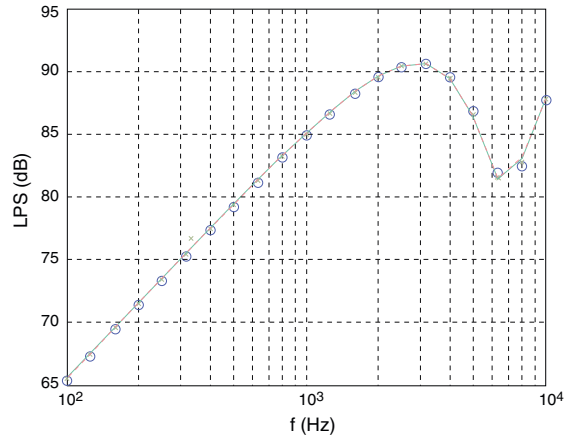


Figura 6. Resultados para panel 60 x 60 cm. Convergencia.

Se podrían proponer también las expresiones de estos centros de los pistones trasladando el origen al centro del rectángulo. Estos quedarían:

$$C'_{1ij} = (L(i-(M+1)/2), L(j-(N+1)/2), 0) \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N \quad (18a)$$

$$C'_{2ij} = (L(i-M/2), L(j-N/2), 0) \quad i = 1, \dots, M-1 \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (18b)$$

También debe considerarse la traslación del origen de cada pistón circular. La expresión (6) debe modificarse en cada centro (fig. 5). Siendo $C(Cx, Cy, 0)$ un centro cualquiera y $P(Px, Py, Pz)$ el punto donde se quiere obtener el nivel de presión sonora, se aplican las siguientes ecuaciones de traslación, aplicadas a cada agrupación:

$$r_{ij} = \sqrt{(Px - C_{xij})^2 + (Py - C_{yij})^2 + Pz^2} \quad (19a)$$

$$\sin \theta_{ij} = \frac{\sqrt{(Px - C_{xij})^2 + (Py - C_{yij})^2}}{r} \quad (19b)$$

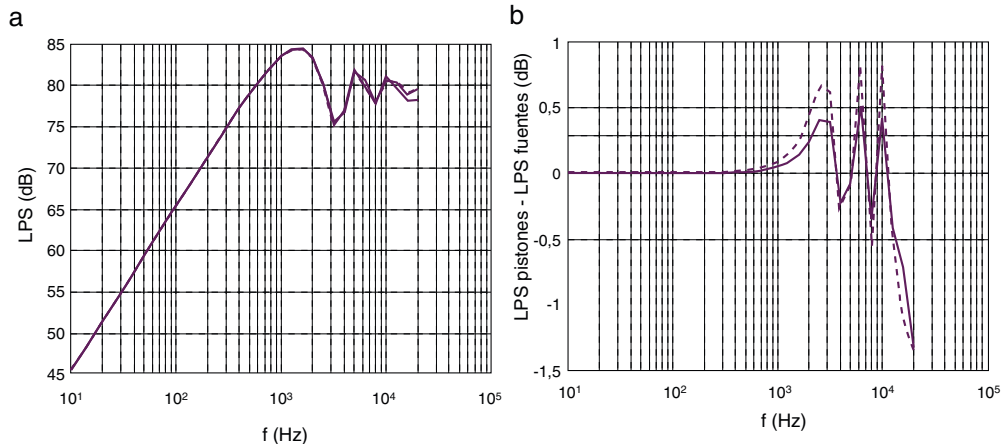


Figura 7. (a) Resultados para panel 120 x 120 cm. (b) Comparativa de errores para el panel de 120 x 120 cm.

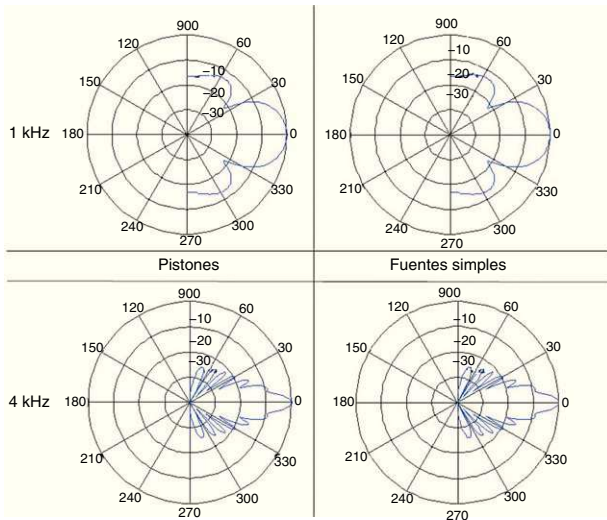


Figura 8. Directividad panel 60 × 60 a 1 kHz y a 4 kHz. Pistones versus fuentes simples.

La expresión final para obtener la presión en un punto P , queda de la siguiente forma:

$$p(r, t) \approx j \frac{U_{o \max} c k \rho_0}{2\pi(1 - R_{2de})} \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{e^{j(\omega t - kr_{1ij})}}{r_{1ij}} \frac{2J_1\left(\frac{kL}{2} \text{sen}\theta_{1ij}\right)}{k \frac{kL}{2} \text{asen}\theta_{1ij}} + \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{e^{j(\omega t - kr_{2ij})}}{r_{2ij}} \frac{2J_1\left(k \frac{(\sqrt{2}-1)L}{2} \text{sen}\theta_{2ij}\right)}{k \frac{(\sqrt{2}-1)L}{2} \text{sen}\theta_{2ij}} \right] \quad (20)$$

Por tanto, se corrige con estas expresiones para cada pistón y se obtiene el nivel de presión en un punto $P(P_x, P_y, P_z)$, por superposición de campos de todos los pistones. Nótese que aparece en la ecuación el término de la ecuación (15) que corrige el defecto de área.

A partir de la expresión (20) se puede obtener el nivel de presión sonora en decibelios, LPS, mediante la siguiente relación:

$$\text{LPS} = 20 \log \frac{|p|}{2 \cdot 10^{-5}} \quad (21)$$

Además, a partir de la expresión (21), realizando un barrido angular se puede obtener la función de directividad en campo

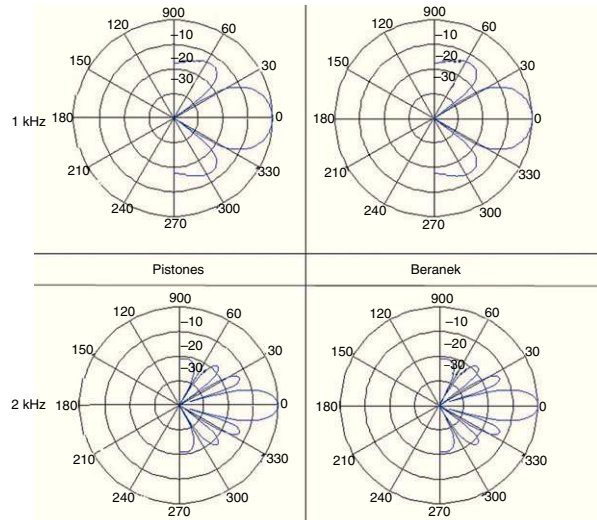


Figura 10. Directividad panel 60 × 60 a 1 kHz y a 2 kHz. Pistones versus Beranek.

lejano, normalizando respecto al valor máximo, LPS_{\max} :

$$\text{DI}(\theta) = \text{LPS}_{\max} - \text{LPS}(\theta) \quad (22)$$

4. Resultados

En este apartado se muestran algunos resultados obtenidos. En primer lugar, para mostrar la convergencia del muestreo, en la figura 6 se muestran los resultados de diferentes mallas $M \times N$ en forma de nivel de presión sonora, LPS, de un panel que simula un altavoz de techo de 60 × 60 cm medido a 2 m del centro, utilizado en trabajos anteriores para modelar altavoces [8,9] y del que se tienen resultados experimentales.

Los datos marcados con círculos son los correspondientes a un malla 10 × 10, las cruces 20 × 20 y la línea continua 200 × 200, que se solapa con los datos obtenidos en [8,9]. Se puede ver que ya coinciden con un malla 10 × 10. Los cálculos realizados con un portátil con un procesador Intel® Core™ 2 Duo, tardaron 0,06 s en la malla 10 × 10 y 8,7 s en la malla 200 × 200 s. La función descrita en (7) se utiliza ya programada en Matlab®.

A continuación en la figura 7a se muestran resultados comparando los diferentes métodos: fuentes simples, descomposición en pistones asimilando el área del cuadrado a un círculo, y los pistones con el método propuesto a 2 m, de un panel de 120 × 120 cm. Se

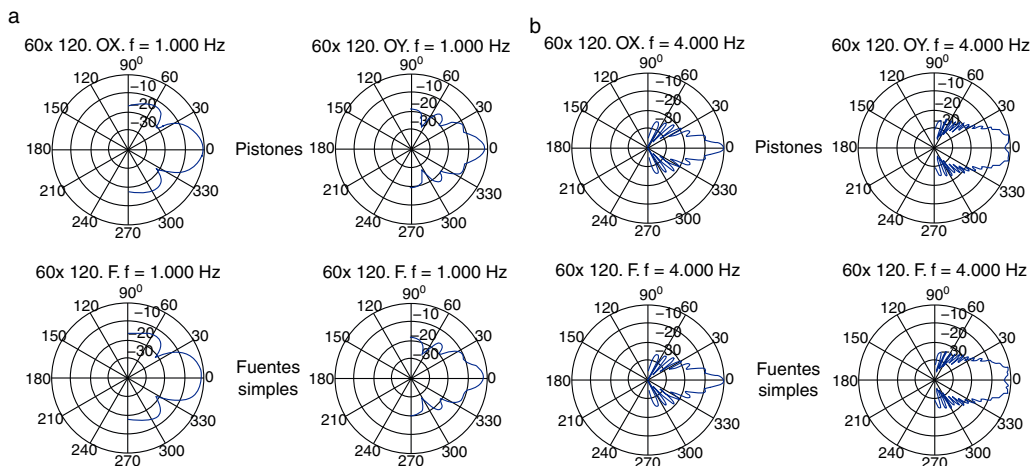


Figura 9. (a) Directividad panel 60 × 120 a 1 kHz. Pistones versus fuentes simples. (b) Directividad panel 60 × 120 a 4 kHz. Pistones versus fuentes simples.

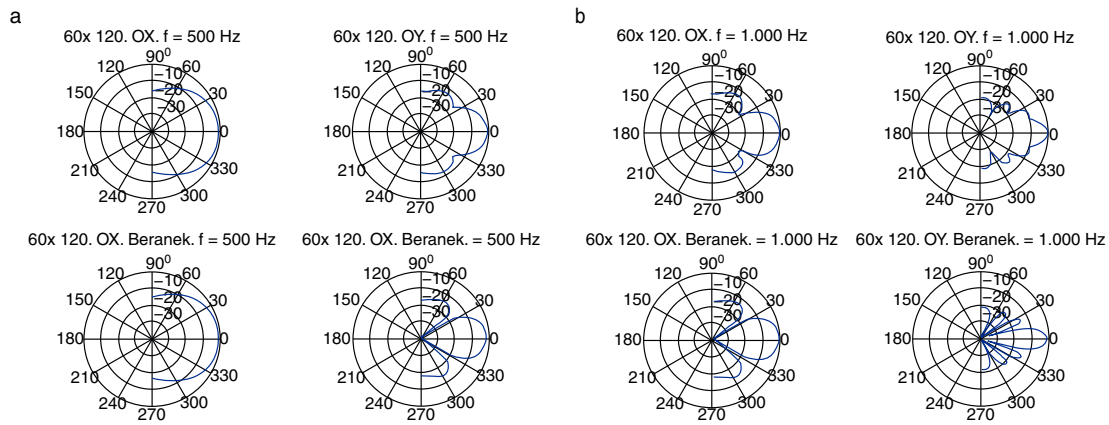


Figura 11. (a) Directividad panel 60×120 a 500 Hz. Pistones versus Beranek. (b) Directividad panel 60×120 a 1 kHz. Pistones versus Beranek.

elige estas dimensiones ya que se aprecia mejor el efecto del error cometido a alta frecuencia. Para las fuentes simples se integra la expresión (5) utilizando el método de Romberg [21]. La malla para los pistones es de 20×20 y para el método de fuentes simples se han tomado 1.000×1.000 muestras. Ambos métodos de pistones han tardado 0,12 s y el de fuentes simples 531 s.

En la figura 7b se muestra la comparativa de errores, cuantificados de manera absoluta en decibelios de nivel de presión sonora, en continua con la mejora propuesta y en trazo de puntos asimilando el área de los cuadrados a un círculo.

A continuación, en la figura 8, se muestran resultados de la directividad del panel 60×60 , del mismo modo que lo que se mostró en [8,9], comparando el método de pistones con el de fuentes simples. Se puede comprobar que en ambos se obtienen los mismos resultados, aunque el método de pistones es 50 veces más rápido, aproximadamente. En la figura 9 se realiza la misma operación para un panel de 60 cm colocado en el eje OX y 120 cm en el eje OY.

Además de comprobar que los resultados se ajustan con las medidas experimentales obtenidas en [8,9], se han comprobado también los resultados con las fórmulas simplificadas obtenidas por Beranek [1]. En la figura 10 se muestran comparativas con el panel de 60×60 y en la figura 11 con el de 60×120 cm. Se puede observar cómo ambos resultados coinciden.

5. Conclusiones

En este trabajo se ofrece un método más rápido (en torno a 50 veces más rápido) para la descomposición de una superficie rectangular en pistones circulares que la clásica realizada con el método de fuentes simples. Se ha comprobado cómo este método ofrece los mismos resultados que medidas experimentales ya realizadas, salvo en el caso de las divergencias en ángulos límite por problemas de borde o fijación [8,9]. También se ha comprobado la validez comparando con datos publicados en otras referencias [1].

Las ventajas de poder utilizar este método son varias y se han tratado en otros trabajos [8,9], como la posibilidad de simular ensayos en cámara anecoica para superficies grandes, inviables para esta cámara [8,9].

Por último, cabe resaltar que el método de fuentes simples no es apropiado para el cálculo de la resistencia de radiación o la eficiencia de radiación, por el elevado número de cálculos que necesita. El método aquí propuesto permitirá, bajo ciertas limitaciones, utilizar la impedancia de radiación del pistón circular, que también es una expresión conocida, para acelerar los resultados en pistones rectangulares.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias a la ayuda para estancias de personal docente e investigador de la U.P.V. en centros de investigación de prestigio (programa PAID-00-09), y a la Conselleria de Educación de la Generalitat Valenciana en su programa para estancias en centros de investigación radicados fuera de la Comunitat Valenciana, dirigidas a profesores e investigadores de los organismos de investigación (programa BEST09).

Bibliografía

- [1] L.L. Beranek, Acoustics, Acoustical Society of America, 1954.
- [2] P.M. Morse, Vibration and Sound, Acoustical Society of America, fourth printing, 1991.
- [3] P.M. Morse, K.U. Ingard, Theoretical Acoustics, Princeton University Press, Princeton, 1986.
- [4] M.H. Cremer, E.E. Ungar, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Nueva York, 1987.
- [5] J. Jouhaneau, Notions élémentaires d'acoustique. Electroacoustique, Technique & Documentation- Lavoisier, Collection CNAM, París, 1994.
- [6] J. Alba, J. Ramis, Influencia del perfil de los conos para altavoces en la radiación sonora, Rev Internac. de Mét. Num. Cál. Dis. Ing. 16 (2000) 359–367.
- [7] J. Alba, J. Ramis, Efecto de la modificación del perfil en el rendimiento de altavoces dinámicos de radiación directa, Rev. Internac. de MétNum. Cál. Dis. Ing. 18 (2002) 243–254.
- [8] J. Alba, J. Ramis, V. Espinosa, V. Sánchez, Radiación acústica por superficies planas: aplicación a altavoces, Rev. Internac. de Mét. Num. Cál. Dis Ing. 19 (2003) 65–74.
- [9] E. Escuder, J. Alba, J. Ramis, Resistencia de radiación de altavoces planos, Rev. Internac. de Mét. Num. Cál. Dis. Ing. 21 (2005) 251–262.
- [10] J.P. Arenas, J. Ramis, J. Alba, Estimation of the sound pressure field of a baffled uniform elliptically shaped transducer, Applied Acoustics 71 (2010) 128–133.
- [11] C.E. Wallace, Radiation resistance of a rectangular panel, J Acoust. Soc. Am. 51 (1972) 946–952.
- [12] M. Heckl, Radiation from plane sound sources, Acustica 37 (1977) 93–102.
- [13] E.G. Williams, A series expansion of the acoustic power radiated from planar sources, J Acoust Soc Am. 73 (1983) 1520–1524.
- [14] G. Xie, D.J. Thompson, D.J.C. Jones, The radiation efficiency of baffled plates and strips, J Sound Vib. 280 (2005) 181–209.
- [15] A. Freedman, Sound Field of a Rectangular Piston, J Acoust Soc Am. 32 (1960) 197–209.
- [16] F.G. Leppington, E.G. Broadbent, E.G. Heron, The acoustic radiation efficiency of rectangular panels, Proc R Soc. London, Ser A 382 (1982) 245–271.
- [17] J.P. Arenas, On the vibration analysis of rectangular clamped plates using the virtual work principle, Journal of Sound and Vibration 266 (2003) 912–918.
- [18] W.L. Li, Vibroacoustic analysis of rectangular plates with elastic rotational edge restraints, J Acoust Soc Am. 120 (2006) 769–779.
- [19] D. Palumbo, Estimating sound power radiated from rectangular baffled panels using a radiation factor, J Acoust Soc Am. 126 (2009) 1827–1837.
- [20] J.P. Arenas, Matrix method for estimating the sound power radiated from a vibrating plate for noise control engineering applications, Latin American Applied Research 39 (2009) 345–352.
- [21] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, Numerical Recipes In C. Second Edition. Cambridge University Press, 1992.