Ejemplos de utilización de los Eurocódigos Estructurales

Ejemplo 6: Cortante en muro de frente de estribo sin armadura[1]

Ejemplo planteado:

Se considera un forjado de edificación consistente en una losa maciza de 30 cm de espesor soportada por una retícula de pilares dispuesto cada 8,00 m en dos direcciones perpendiculares. Los pilares tienen una sección de 0,35 × 0,45 m. La estructura está arriostrada lateralmente mediante núcleos de ascensores que absorben las fuerzas horizontales.

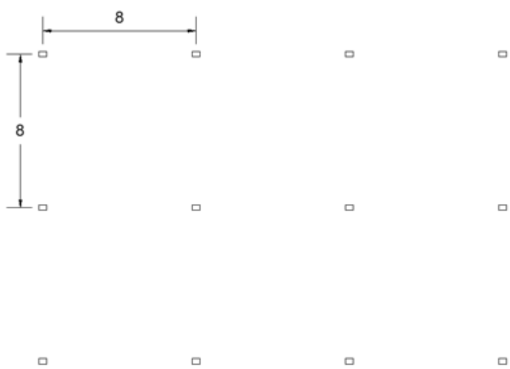

Figura 1. Disposición de los pilares.

Sabiendo que, además de su peso propio, la losa está sometida a:

– Una carga muerta de 1,5 kN/m^2
– Una sobrecarga de uso de 3,0 kN/m^2

Se pide:

1. **Determinar si es necesario disponer armadura de punzonamiento en un pilar interior. Se tomará un canto útil de 0,26 m y una cuantía de armadura longitudinal del 0,5% en ambas direcciones. Se considerará un hormigón de clase C25/30 y un acero con 500 MPa de límite elástico (f_{yk})[2].**

La fuerza de punzonamiento se puede determinar a partir del área de influencia del soporte que será de 8 × 8 m^2:

$$V_{Ed} = 1{,}35 \cdot (8 \cdot 8 \cdot 0{,}30 \cdot 25 + 1{,}5 \cdot 8 \cdot 8) + 1{,}50 \cdot (3 \cdot 8 \cdot 8) = 1065{,}6 \text{ kN}$$

1. Ejemplo elaborado por Alejandro Pérez Caldentey y María Alves: apc@fhecor.es
2. UNE-EN 1992-1-1 no define clases de resistencia para el acero, limitándose a establecer un rango de resistencias comprendido entre 400 y 600 MPa.

Cálculo del perímetro de punzonamiento (UNE-EN 1992-1-1 6.4.2 Figura 6.15):

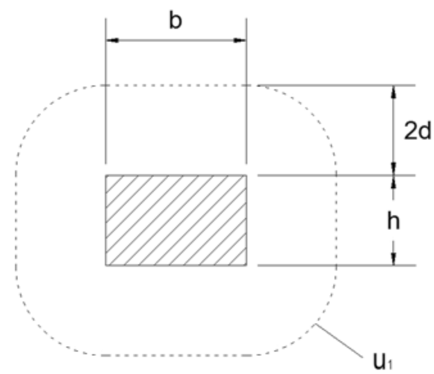

Figura 2. Perímetro de punzonamiento

$$u_1 = 2\pi \cdot 2d + 2 \cdot (b+h) = 2\pi \cdot 2 \cdot 0{,}26 + 2 \cdot (0{,}45 + 0{,}35) = 4{,}87m$$

Condición a cumplir para no disponer de armadura de punzonamiento: $v_{Ed} \le v_{Rd,c}$

$$v_{Ed} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = \frac{1{,}15 \cdot 1065{,}6}{4{,}87 \cdot 0{,}26} = 967{,}81 \, {}^{kN}\!/_{m^2}$$

UNE-EN 1992-1-1 ec. (6.38)

De acuerdo con UNE-EN 1992-1-1 6.4.3 (6) – figura 6.21N, el valor de β se puede tomar simplificadamente igual a 1,15 para un pilar interior, siempre y cuando, la estabilidad lateral de la estructura no dependa del funcionamiento como pórtico entre las losas y los pilares y los vanos contiguos no difieran en longitud en más de un 25%.

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$$
$$= \frac{0{,}18}{1{,}5} \cdot 1{,}877 \cdot (100 \cdot 0{,}005 \cdot 25)^{1/3} \cdot 1000 = 523 \, kN/m^2$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d(mm)}} = 1{,}877$$

UNE-EN 1992-1-1 ec. (6.47)

UNE-EN 1992-1-1 establece en el apartado 6.4.4(1) un valor mínimo de para la resistencia a punzonamiento de elementos sin armadura transversal, v_{min}, que viene dada por la expresión análoga para la resistencia a cortante de elementos armadura de cortante (ver apartado 6.2.2(1)). v_{min} es un parámetro nacional cuyo valor recomendado es:

$$v_{min} = 0{,}035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0{,}035 \cdot 1{,}877^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{25} \cdot 1000 = 450\ kN/m^2$$

El Anejo Nacional español proporciona la siguiente expresión para v_{min} que resulta bastante menos conservadora:

$$v_{min} = \frac{0{,}075}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f_{ck}} = \frac{0{,}075}{1{,}5} \cdot 1{,}877^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{25} \cdot 1000 = 642{,}89\ kN/m^2$$

En lo que sigue se adoptará el valor de v_{min} el valor recomendado, debido a que el valor actual del Anejo Nacional español podría quedar del lado de la inseguridad respecto de algunos ensayos, no considerado inicialmente en su calibración.

Como la tensión tangencial media en el perímetro de punzonamiento es mayor que la capacidad de la sección sin armadura, resulta necesario disponer armadura de punzonamiento.

En 2013, se aprobó, a nivel del subcomité 2 del CEN TC250, una enmienda (*Amendment*) a UNE-EN 1992-1-1 que supone que la máxima tensión tangencial que se puede resistir queda limitada por un valor que es $\alpha_{máx}$ veces la tensión que puede resistir el hormigón sin armadura:

$$v_{Ed} \leq \alpha_{\max} v_{Rd,c}$$

Esta enmienda, aprobada por los países en 2014, se ha incorporado, debido a que, aparentemente, la formulación de UNE-EN 1992-1-1 podía quedar del lado de la inseguridad respecto de algunos resultados experimentales. Este tipo de limitación ha sido tradicional en países como Alemania, Austria o Reino Unido donde los valores de $\alpha_{máx}$ varían entre 1,4 veces en Alemania y 2,0 en Reino Unido. En otros países, sin embargo, como en España o Italia, esta limitación no ha existido nunca. Dada la disparidad de valores y la ausencia de límite en algunos países, $\alpha_{máx}$ se ha declarado parámetro nacional con un valor recomendado de 1,5 (a pesar de que una de las directrices[3] que se tiene para la revisión de los Eurocódigos, prevista inicialmente para 2019[4], es una disminución drástica del número de parámetros nacionales). Se considera que este valor corresponde al peor detalle posible (cercos abiertos). Hay consenso en que este valor se puede aumentar para cercos cerrados o sistemas con anclaje mecánico (pernos).

En el caso concreto de este ejemplo, la relación entre v_{Ed} y $v_{Rd,c}$ sería de 968 / 523 = 1,85, un valor que estaría en línea con el rango elevado del valor $\alpha_{máx}$. Este ejemplo, que, por otra parte no parece extraordinario en la práctica española, parece indicar la conveniencia de adoptar, a nivel nacional, un valor $\alpha_{máx}$ más próximo al 2,0 inglés que al 1,4 alemán, con objeto de no perjudicar la tradición constructiva española.

3. Ver Mandato M515 de la Comisión Europea al Comité Europeo para la Normalización (CEN)

4. Esta fecha inicial resultará sin duda postergada dados los retrasos que ya se han producido en el programa inicialmente previsto.

2. Dimensionar, en su caso, las armaduras, comprobando la condición de rotura de las bielas.

En la fórmula de comprobación a punzonamiento con armadura se observan una serie de particularidades que conviene resaltar:

- La contribución del hormigón se reduce en un 25% respecto del caso sin armadura. Esta reducción es debida a la necesidad de aumentar el ancho de fisura para deformar la armadura y desarrollar de esta forma su contribución. Este aumento reduce el efecto de engranamiento de los áridos y por tanto la contribución del hormigón.
- Paradójicamente la contribución de la armadura se reduce al inclinarla. Este hecho puede ser debido a que al inclinar las armaduras hay más redondos que cosen la fisura y para su consideración haría falta una mayor abertura de fisura y por tanto, una mayor reducción en el término de contribución del hormigón. Es probable que si se tuviera en cuenta el término de $cotg\alpha$, que se deduce de un modelo de bielas y tirantes, el resultado final quedaría del lado de la inseguridad. Esta particularidad y el coeficiente de 1,5 que aparece en este término corresponde, por tanto, a un ajuste numérico a resultados experimentales. Ello muestra una cierta debilidad del modelo donde priman las condiciones empíricas. Este es uno de los temas que se están debatiendo en el programa de revisión de UNE-EN 1992-1-1, y el modelo actual, debido a este tipo de incoherencias, tiene muchas posibilidades de ser modificado en la próxima revisión de la norma.

La expresión que permite el dimensionamiento de las armaduras corresponde a la expresión UNE-EN 1992-1-1 ec. (6.52).

UNE-EN 1992-1-1 ec. (6.52)

$$v_{Rd,cs} = 0{,}75 \cdot v_{Rd,c} + 1{,}5 \cdot \left(d/S_r \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \left(1/(u_1 \cdot d) \right) \cdot sen\alpha$$

En esta expresión, A_{sw} es la sección de armadura correspondiente a un perímetro en torno al soporte y $f_{yw,ed}$ es la tensión máxima en la armadura cuyo valor viene limitado de acuerdo con la expresión siguiente:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0{,}25d = 250 + 0{,}25 \cdot 260$$
$$= 315{,}0 MPa < f_{ywd}$$

Despejando de la ec. (6.52), se obtiene la armadura necesaria:

$$A_{sw}/S_r = \frac{\left(v_{Rd,cs} - 0{,}75 \cdot v_{Rd,c}\right) \cdot u_1}{1{,}5 \cdot f_{ywd,ef} \cdot sen\alpha}$$
$$= \frac{\left(967{,}81 - 0{,}75 \cdot 523\right) \cdot 4{,}87 \cdot 10^4}{1{,}5 \cdot 315{,}0 \cdot 1000 \cdot sen 90}$$
$$= 59{,}36\ cm^2/m$$

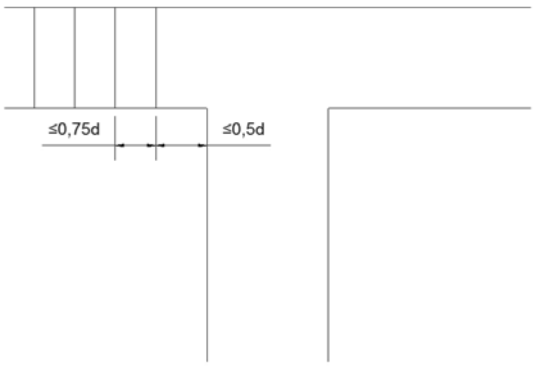

Figura 3. Disposición de la armadura

La disposición de armaduras debe respetar las separaciones máximas que se muestran en la figura 3. Por tanto, redondeando, será necesario limitar la separación entre perímetros de armadura a 15 cm:

$$0,75d = 0,75 \cdot 0,26 = 0,195\, m$$

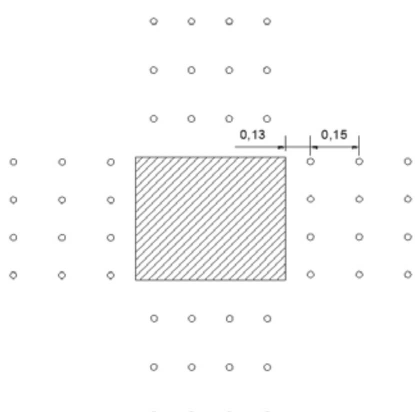

Figura 4. Armado de punzonamiento

Con la disposición de la figura se tienen 4 × 4 = 16 ramas por perímetro (n = 16):

$$A_{sw}/S_r = \frac{n \cdot A_\phi}{S} = \frac{16 \cdot A_\phi}{0,15} \geq 59,36 \rightarrow A_\phi \geq 0,56 \rightarrow \phi 10 \rightarrow 16\phi 10$$

Otra posibilidad es disponer un único cerco por cara, es decir 8 ramas por perímetro, lo cual daría lugar a 8ϕ12.

Verificación de la condición de rotura de las bielas: (UNE-EN 1992-1-1 6.4.5 (3))

$$v_{Ed} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$$

Pilar interior:

$$u_0 = 2 \cdot (b+h) = 2 \cdot (0,45 + 0,35) = 1,60\, m$$

$$v_{Ed} = \frac{1,15 \cdot 1065,6}{1,60 \cdot 0,26} = 2945,77\, kN/m^2 \leq v_{Rd,máx} = 0,4 \cdot \nu \cdot f_c$$

$$= 0,4 \cdot 0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \cdot f_{cd}$$

$$= 0,4 \cdot 0,60 \cdot \left[1 - \frac{25}{250}\right] \frac{25000}{1,5} = 3600\, kN/m^2$$

En la expresión anterior, el valor de 0,5 para ν, recomendado en la versión de UNE-EN 1992-1-1 de 2004 y adoptado por el Anejo Nacional, ha sido reducido a 0,4 tras el la enmienda (*Amendment*) de 2014 de UNE-EN 1992-1-1, razón por la cual se adopta este valor. En cualquier caso se cumple la condición de rotura de la biela.

3. Determinar el número de perímetros que es necesario armar y proponer un detalle de armado.

La condición para delimitar el número de perímetros de punzonamiento en el Eurocódigo 2, no permite resolver el ejemplo planteado en el caso de disponer únicamente la armadura *en cruz*, debido a que, a partir de un cierto punto, no se incrementa el perímetro resistente al alejarse éste de la superficie de comprobación del borde del soporte (ver la figura 6.22 B de UNE-EN 1992-1-1 y la figura 5 que la reproduce). Se trata de un aspecto que choca con la práctica española actual y, será un tema de discusión en la revisión del texto actual.

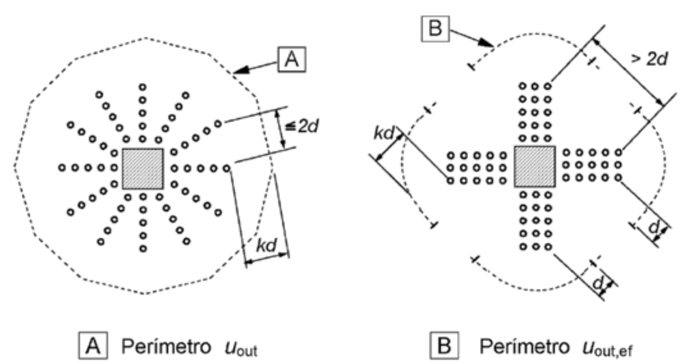

Figura 5. Definición del perímetro resistente u_{out}, en la zona no armada.

La condición que debe cumplir el perímetro $u_{out,ef}$ es la expresada en la ecuación (6.54) de la cláusula 6.4.5 (4) de UNE-EN 1992-1-1. En este caso haría falta un perímetro mínimo de:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = \frac{1,15 \cdot 1065,6}{523 \cdot 0,26} = 9,02\, m$$

Con la disposición de tipo B, el máximo valor de $u_{out,ef}$, sería de:

$$u_{out,ef,\max,disp.B} = 2 \times \pi \times 2 \times 0,26 + 8 \times 0,26 = 5,35\, m$$

Por tanto, para resolver el problema con armadura en cruz, resulta necesario disponer armaduras intermedias entre las ramas de la cruz, garantizando que no exista una separación mayor de $2d$ entre ramas verticales. Aunque el perímetro exterior se puede disponer a $2d$ de la última barra, para simplificar el cálculo del número de perímetros de armado necesario, se considerará aquí, del lado de la seguridad un perímetro octogonal (ver figura 6).

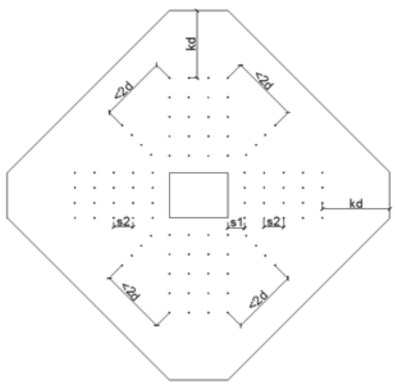

Figura 6. Definición del perímetro resistente u_{out}, en la zona no armada.

Si se denomina s_1 a la distancia del primer perímetro al borde del soporte, s_2 a la separación entre perímetros y n al número de perímetros necesarios, se tiene la siguiente ecuación que permite determinar el valor de n:

$$u_{out,ef} \leq 2b + 2h + 4 \cdot \sqrt{2}\left(s_1 + (n-1) \cdot s_2 + kd\right)$$

$$\rightarrow n \geq \frac{1}{s_2}\left(\frac{u_{out,ef} - 2b - 2h}{4 \cdot \sqrt{2}} - s_1 + s_2 - kd\right)$$

El valor de k en las figuras 5 y 6 es un parámetro nacional cuyo valor recomendado es 1,5. El valor adoptado por el Anejo Nacional es de 2,0.

Aplicando esta condición al caso estudiado, con $k = 1,5$, se tiene, $s_1 = 0,5 \times 0,26 = 0,13$ y $s_2 = 0,15$ ($< 0,75 \times 0,26 = 0,19$):

$$n \geq \frac{1}{0,15}\left(\frac{9,02 - 2 \cdot 0,45 - 2 \cdot 0,35}{4 \cdot \sqrt{2}} - 0,13 + 0,15 - 1,5 \cdot 0,26\right)$$

$$= 6,3 \rightarrow 7 \textit{ perímetros}$$

Si se adopta un valor de k igual a 2,0 como en el Anejo Nacional se tiene:

$$n \geq \frac{1}{0,15}\left(\frac{9,02 - 2 \cdot 0,45 - 2 \cdot 0,35}{4 \cdot \sqrt{2}} - 0,13 + 0,15 - 2 \cdot 0,26\right)$$

$$= 5,4 \rightarrow 5 \textit{ perímetros}$$

Se disponen, por tanto 5 o 7 perímetros de armadura, de acuerdo con el esquema de la figura 6. En el caso de aplicar el Anejo Nacional la máxima separación entre barras del perímetro es ligeramente inferior a $2d$. Con el criterio de valor recomendado de k, sería necesario añadir una barra intermedia en los 2 perímetros más exteriores.

4. Resolver las cuestiones anteriores para un pilar de esquina.

- Determinar si es necesario disponer armadura de punzonamiento

El axil en este caso, obtenido por áreas de influencia será la cuarta parte del correspondiente al pilar interior:

$$V_{Ed} = \frac{1065,6}{4} = 266,4 \; kN$$

Cálculo del perímetro de punzonamiento

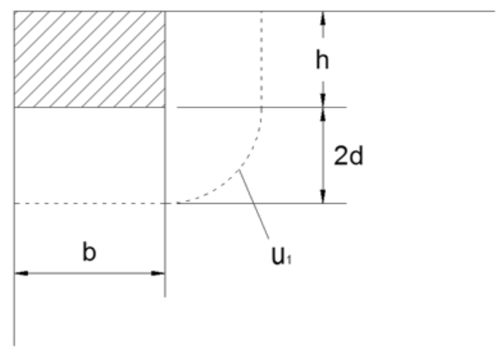

Figura 7. Perímetro de punzonamiento

$$u_1 = \frac{\pi}{2} \cdot 2d + b + h = \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot 0,26 + 0,45 + 0,35 = 1,62 \; m$$

Condición a cumplir para no disponer de armadura de punzonamiento: $\nu_{Ed} \leq \nu_{Rd,c}$

$$\nu_{Ed} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = \frac{1,5 \cdot 266,4}{1,62 \cdot 0,26} = 948,7 \; {kN}/{m^2}$$

De acuerdo con UNE-EN 1992-1-1 6.4.3 (6) – figura 6.21N, el valor de β se puede tomar simplificadamente igual a 1,50 para un pilar de esquina, siempre y cuando, la estabilidad lateral de la estructura no dependa del funcionamiento como pórtico entre las losas y los pilares y los vanos contiguos no difieran en longitud en más de un 25%.

$$\nu_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{1/3}$$

$$= \frac{0,18}{1,5} \cdot 1,877 \cdot \left(100 \cdot 0,005 \cdot 25\right)^{1/3} \cdot 1000 = 523 \; {kN}/{m^2}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d(mm)}} = 1,877$$

Como la tensión tangencial media en el perímetro de punzonamiento es mayor que la capacidad de la sección sin armadura, resulta necesario disponer armadura de punzonamiento.En el caso concreto de este ejemplo la relación entre ν_{Ed} y $\nu_{Rd,c}$ sería de $949/523 = 1,81$.

- Dimensionar las armaduras, comprobando la condición de rotura de las bielas

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left({d}/{S_r} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \left({1}/{(u_1 \cdot d)} \right) \cdot sen\alpha$$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d = 250 + 0,25 \cdot 260 = 315,0 MPa < f_{ywd}$$

$$A_{sw}/S_r = \frac{(v_{Rd,cs} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 \cdot f_{ywd,ef} \cdot sen\alpha} = \frac{(948,7 - 0,75 \cdot 523) \cdot 1,62 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 315 \cdot 1000 \cdot sen 90}$$

$$= 19,08\, cm^2/m$$

$$A_{sw}/S_r = \frac{n \cdot A_\phi}{S} = \frac{8 \cdot A_\phi}{0,15} \geq 19,08 \rightarrow A_\phi \geq 0,36 \rightarrow \phi 8 \rightarrow 8\phi 8$$

Verificación de la condición de rotura de las bielas:

$$v_{Ed} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$$

El perímetro u_0 para soporte de esquina un viene dado por (ver apartado 6.4.5 (3) de UNE-EN 1992-1-1):

$$u_0 = 3d \leq b + h \rightarrow u_0 = \min(3 \times 0,26; 0,45 + 0,35) = 0,78 \text{ m}$$

$$v_{Ed} = \frac{1,5 \cdot 266,4}{0,78 \cdot 0,26} = 1970,41\, kN/m^2 \leq v_{Rd,máx} = 0,4 \cdot \nu \cdot f_c$$

$$= 0,4 \cdot 0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \cdot f_{cd}$$

$$= 0,4 \cdot 0,6 \cdot \left[1 - \frac{25}{250}\right] \frac{25000}{1,5} = 3600\, kN/m^2$$

En la expresión anterior, el valor de 0,5 para ν, recomendado en la versión de UNE-EN 1992-1-1 de 2004 y adoptado por el Anejo Nacional, ha sido reducido a 0,4 tras el la enmienda (*Amendment*) de 2014 de UNE-EN 1992-1-1, razón por la cual se adopta este valor. En cualquier caso se cumple la condición de rotura de la biela.

Cálculo del número de perímetros de armado

En este caso, el perímetro exterior mínimo para que se pueda resistir el esfuerzo de punzonamiento sin armadura viene dado por:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = \frac{1,50 \cdot 266,4}{523 \cdot 0,26} = 2,94\ m$$

En este caso, el número de perímetros se obtiene adaptando la ecuación utilizada para el pilar interior de acuerdo con la expresión siguiente:

$$u_{out,ef} \leq b + h + \sqrt{2}(s_1 + (n-1) \cdot s_2 + kd) \rightarrow n \geq \frac{1}{s_2}\left(\frac{u_{out,ef} - b - h}{\sqrt{2}} - s_1 + s_2 - kd\right)$$

Aplicando esta expresión con los valores del problema que se está tratando, se obtiene, para el valor recomendado de k = 1,5:

$$n \geq \frac{1}{0,15}\left(\frac{2,94 - 0,45 - 0,35}{\sqrt{2}} - 0,13 + 0,15 - 1,5 \times 0,26\right) = 7,6 \rightarrow 8 \textit{ perímetros}$$

Con el valor de k = 2,0 que adopta el Anejo Nacional, se tiene:

$$n \geq \frac{1}{0,15}\left(\frac{2,94 - 0,45 - 0,35}{\sqrt{2}} - 0,13 + 0,15 - 2,0 \times 0,26\right) = 6,8 \rightarrow 7 \textit{ perímetros}$$

En la figura siguiente se muestra cómo quedaría la disposición de armadura de punzonamiento en este caso para los criterios de los valores recomendados de UNE-EN 1992-1-1 y para los valores adoptados por el Anejo Nacional:

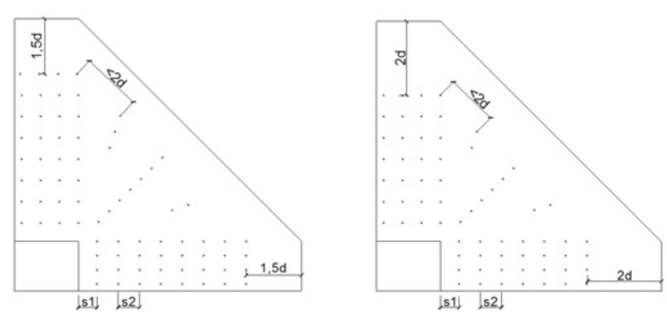

Figura 8. Disposición de la armadura de punzonamiento en el pilar de esquina, a la izquierda, según los criterios recomendados por UNE-EN 1992-1-1 y a la derecha, según los parámetros adoptados por el Anejo Nacional.