

## Estimación de los parámetros físicos de un automóvil

Eduardo Haro Sandoval \*

\* Universidad Panamericana,  
Augusto Rodin 498, 03920 México D.F.  
e-mail: eharo@up.edu.mx

Resumen: En este artículo se presenta el proceso completo de identificación del modelo de un vehículo, que abarca desde el modelado hasta la estimación experimental de los parámetros físicos. Se utiliza el modelo de la dinámica transversal del vehículo. Se muestra que la selección de las variables incluidas en el criterio de coste facilita la obtención de los resultados, ya que restringe el número de mínimos locales. La optimización se realiza utilizando un algoritmo genético con recombinación Simplex y los parámetros son estimados utilizando un solo tipo de ensayo con datos reales obtenidos en pista. Copyright © 2008 CEA.

Palabras Clave: Dinámica automóvil, identificación, algoritmos genéticos, estimación paramétrica.

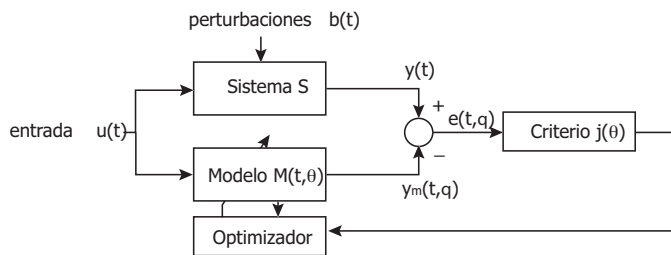


Figura 1. Esquema de estimación

### 1. INTRODUCCIÓN

La complejidad de los sistemas físicos utilizados en el mundo industrial requiere de la identificación de modelos, proceso que consiste en determinar experimentalmente el valor de los parámetros del modelo, de manera tal que la diferencia de comportamiento entre el sistema real y su representación matemática sea mínima. Este proceso se realiza con fines de análisis de comportamiento, de simulación, de detección de fallas o de control, y pueden emplearse una larga gama de métodos conocidos (Ljung, 1999; Walter and Pronzato, 1997).

La figura 1 presenta el proceso de estimación en forma de esquema. Se aplica la misma entrada al modelo matemático y al sistema real, y la diferencia que existe entre las salidas es el error de comportamiento  $e(t, \theta)$ , donde  $t$  es el tiempo y  $\theta$  es el vector de parámetros del modelo. El criterio de coste genera una medida de este error, la cual será minimizada por un optimizador. Finalmente, los parámetros del modelo se modifican para obtener un error de comportamiento lo más pequeño posible.

Este artículo utiliza el modelo matemático de un automóvil para realizar la estimación de sus parámetros, con la finalidad de reproducir la dinámica transversal del automóvil. El modelo considera las dinámicas de guiñada, balanceo, deriva y distancia de relajación de los neumáticos (ver sección 2).

En el contexto de la identificación del automóvil, en Schmitt (1999) se hace la comparación de varios modelos para ver cuál tiene mejores características para la identificación, en Venture *et al.* (2004) se utiliza el modelado inverso para estimar los parámetros del vehículo, y en Haro (2006) se introduce una estrategia mixta para la identificación de este sistema. Estos trabajos utilizan un criterio de coste de dos variables, que no siempre son las mismas. El objetivo del presente artículo es presentar las ventajas que aporta a la estimación de los parámetros del automóvil la utilización de tres variables en el criterio de optimización: el ángulo de balanceo, la velocidad de guiñada y la aceleración transversal.

Es una práctica común estimar los parámetros por partes, buscando desacoplar las ecuaciones del sistema. De esta manera es más probable encontrar una única solución al realizar la optimización y se limita el tiempo de cálculo. Nosotros deseamos estimar simultáneamente los 8 parámetros que rigen la dinámica transversal ya que todos ellos tienen una influencia importante y no se pueden desacoplar.

Por otra parte, debido a la no linealidad del modelo, en la optimización están presentes mínimos locales. Por esta razón se utiliza un algoritmo de búsqueda global: un algoritmo genético híbrido con recombinación Simplex (ver sección 3). El resultado de estas estimaciones puede generar varios vectores de parámetros potencialmente aceptables, pues el mínimo global no es necesariamente la solución verdadera. Hay que considerar los resultados que minimicen aceptablemente el criterio de coste y donde el valor de los parámetros sea coherente con la información *a priori* del sistema. De esta manera se puede validar la veracidad de los parámetros obtenidos.

La forma en que este artículo está estructurado es la siguiente: la sección 2 explica los fenómenos físicos de la dinámica del automóvil tomados en cuenta, así como el modelo matemático desarrollado. La tercera sección presenta de forma general el algoritmo genético con recombinación Simplex que sirvió para la optimización de los parámetros. En la sección 4 se introduce el criterio de coste empleado y se explican las ventajas que aporta a la estimación de los parámetros del vehículo. Los resultados

de estimación y una discusión sobre ellos están dados en la quinta sección. Finalmente, se presentan las conclusiones de este trabajo.

## 2. MODELO DEL AUTOMÓVIL

El automóvil constituye por naturaleza un sistema complejo. El modelado de este tipo de sistemas es delicado por el gran número de parámetros necesarios para su descripción, sus acoplamientos, así como por la variación que sufren en el tiempo los valores de varios de ellos debido al desgaste, como la masa o la adherencia de los neumáticos. Igualmente, resulta difícil de modelar debido a su no linealidad respecto a las entradas y respecto a los parámetros, y también porque varios fenómenos de la dinámica del automóvil no se dominan completamente, en especial el comportamiento de los neumáticos.

Cuando el modelado del vehículo tiene como finalidad el diseño o la simulación de su comportamiento, los parámetros del modelo deben ser conocidos con la máxima precisión posible. Como el modelo está compuesto por unos parámetros determinados, y los valores de éstos pueden haber cambiado por el desgaste, puede ser necesario determinar el valor preciso de los parámetros para la situación actual. Es en este contexto donde la estimación de los parámetros resulta interesante. Se puede acudir a las referencias (Ellis, 1969; Gillespie, 1992; Milliken and Milliken, 1995; Luque *et al.*, 2004) para profundizar en las nociones de la dinámica del vehículo.

### 2.1 Dinámicas modeladas

Se consideraron las siguientes hipótesis en el modelado del vehículo:

- La aceleración transversal no rebasa  $0.4g$  para evitar todo fenómeno de saturación en los neumáticos.
- No se consideran los efectos aerodinámicos.
- Los ángulos de deriva son pequeños.
- La velocidad longitudinal del automóvil se mantiene constante, por lo que no se considera el efecto de cabeceo.
- El vehículo es simétrico respecto a su eje longitudinal, pudiendo concentrar las masas en el eje geométrico.

Las razones por las que se adoptaron estas restricciones son que nos interesa probar la utilidad de un criterio de coste modificado, así como de estimar simultáneamente un buen número de parámetros, y por tanto no queremos complicar innecesariamente el modelo. En futuros trabajos se relajarán estas hipótesis para aumentar el rango de operación del modelo.

Se ha empleado la nomenclatura ISO 8855 para escribir los modelos. En la figura 2 se muestran, de forma general, los diferentes ejes y referenciales: la guiñada  $\psi$  es el momento de giro sobre el eje vertical  $Z_V$ . La guiñada es al eje vertical del vehículo lo que el balanceo  $\varphi$  al eje longitudinal  $X_V$  y el cabeceo  $\theta$  al eje transversal  $Y_V$ . Las fuerzas transversales que el vehículo experimenta en los ejes delantero y trasero se representan respectivamente por  $F_{y_1}$  y  $F_{y_2}$ .

Las variables utilizadas se listan en la tabla 1, mientras que la tabla 2 presenta los parámetros conocidos proporcionados por el constructor. Es importante hacer notar que algunos de estos parámetros tienen una incertidumbre de hasta 10%. Los parámetros a estimar se muestran en la tabla 3. Se incluyen los valores de los parámetros y los errores tipo dados por el constructor como una referencia para verificar los resultados de

**Tabla 1. Variables del modelo**

Variable	Descripción
$\psi(t)$	Velocidad de guiñada.
$\beta(t)$	Ángulo de deriva en el centro de gravedad.
$\alpha_1(t), \alpha_2(t)$	Ángulos de deriva de las ruedas delantera y trasera.
$\varphi(t), \dot{\varphi}(t)$	Ángulo y velocidad de balanceo.
$a_Y(t)$	Aceleración transversal.
$V_X(t)$	Velocidad longitudinal.
$V_Y(t)$	Velocidad transversal en el centro de gravedad.
$\delta_H(t)$	Ángulo del volante.
$\delta(t)$	Ángulo de las ruedas delanteras.

**Tabla 2. Parámetros del constructor**

Par.	Descripción	Valor	Unid.
$M$	Masa total del vehículo	1,400.00	$Kg$
$m_s$	Masa suspendida	1,262.00	$Kg$
$M_{XZ}$	Producto de inercia balanceo - guiñada	50.00	$Kg \cdot m^2$
$h_0$	Distancia del eje de balanceo al centro de gravedad	0.43	$m$
$h_1$	Altura del centro de balanceo delantero	0.09	$m$
$h_2$	Altura del centro de balanceo trasero	0	$m$
$h_g$	Distancia del suelo al CG	0.54	$m$
$l_1$	Batalla delantera	1.148	$m$
$l_2$	Batalla trasera	1.387	$m$
$\varepsilon_1$	Coef. de ángulo inducido delantero	-0.027	-
$\varepsilon_2$	Coef. de ángulo inducido trasero	0.020	-

estimación. No tenemos información de las condiciones en que se obtuvieron estos valores.

Cuando una de las ruedas del vehículo sufre un esfuerzo transversal, la superficie de contacto del neumático con el suelo se deforma y se genera una fuerza transversal  $F_Y$ . Esta deformación crea un ángulo entre el eje longitudinal de la rueda y la dirección de su movimiento. La figura 3 ilustra este fenómeno.

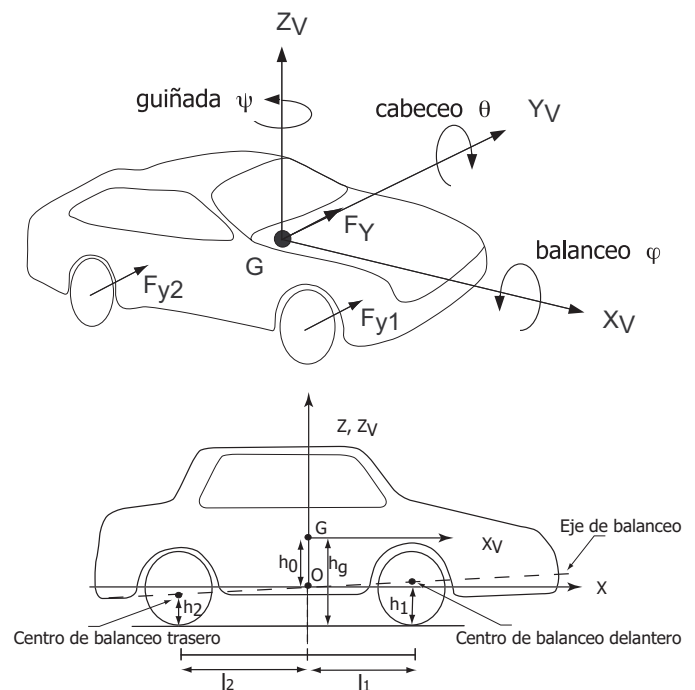


Figura 2. Referenciales de la dinámica del vehículo

Tabla 3. Parámetros a estimar

Par.	Descripción	Valor	% error tipo	Unid.
$M_{ZZ}$	Momento de inercia de guiñada	1,571.0	20	$Kg.m^2$
$M_{XX}$	Momento de inercia de balanceo de masa suspendida	252.0	50	$Kg.m^2$
$D_1$	Rigidez de deriva delantera	84,085.0	30	$\frac{N}{rad}$
$D_2$	Rigidez de deriva trasera	87,342.0	30	$\frac{N}{rad}$
$Aro$	Amortiguamiento de balanceo	2,750.0	40	$\frac{N}{rad.s}$
$Kro$	Rigidez total de balanceo	$150 \times 10^3$	15	$\frac{N}{rad}$
$b_1$	Distancia de relajación neumático delantero	0.5	50	$m$
$b_2$	Distancia de relajación neumático trasero	0.5	50	$m$

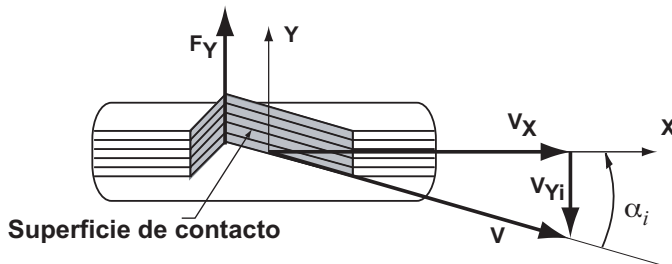


Figura 3. Ángulo de deriva del neumático

Este ángulo,  $\alpha_i$ , se llama “ángulo de deriva del neumático” y se define con la expresión siguiente:

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{V_{Yi}}{V_X}\right) \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

donde  $i = 1, 2$  corresponde respectivamente a los ejes delantero y trasero,  $V_{Yi}$  es la velocidad transversal respecto al plano de la llanta, y  $V_X$  es la velocidad longitudinal del vehículo. De manera análoga, el ángulo de deriva del vehículo, llamado  $\beta$ , se define como el ángulo existente entre el eje longitudinal del vehículo y el vector de velocidad en su centro de gravedad (figura 4). Este ángulo se expresa con la ecuación:

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_Y}{V_X}\right) \quad (2)$$

donde  $V_Y$  es la velocidad transversal del vehículo en su centro de gravedad.

Todo efecto lateral generado por el neumático provoca un desplazamiento de la superficie de contacto entre la llanta y el suelo respecto al plano de la rueda, que es la deformación lateral del neumático. El valor de esta deformación no se utiliza directamente en el modelo del neumático. Se prefiere el concepto de “distancia de relajación”. Cuando se toma una curva, el neumático se deforma y debe girar una cierta distancia para ponerse en situación de generar una fuerza lateral. Esta distancia es la distancia de relajación del neumático. Generalmente se utiliza un valor de 0.5 para la distancia de relajación, independientemente de la velocidad del vehículo (Schmitt, 1999). Creemos que los valores de los parámetros  $b_1$  y  $b_2$  reportados en la tabla 3 siguen este criterio.

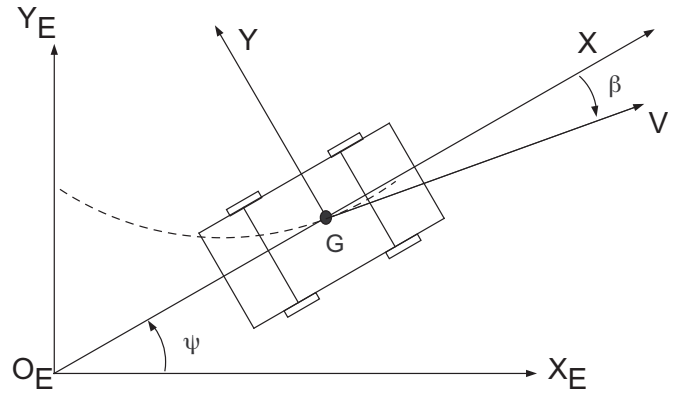


Figura 4. Ángulo de deriva del vehículo

Tabla 4. Estimaciones a velocidades diferentes con el modelo guiñada, deriva, relajación

Parámetro	Unidades	60 km/h	80 km/h
$D_1$	$N/rad$	70,643.0	93,720.0
$D_2$	$N/rad$	83,412.0	134,790.0
$M_{ZZ}$	$kg \cdot m^2$	1,143.4	896.7
$b_1$	$m$	1.48	1.80
$b_2$	$m$	0.73	0.23

## 2.2 Ecuaciones del modelo

En nuestro trabajo se verificó que la estimación de los parámetros está muy subordinada a la velocidad longitudinal cuando se utiliza un modelo que hace abstracción del balanceo. Como lo subrayan Abdellatif and Heimann (2005), la omisión del movimiento de balanceo en el modelo genera una estimación de parámetros que depende de la velocidad longitudinal. La influencia del balanceo es importante sobre todo cuando el centro de gravedad es elevado. Para ilustrar esto, la tabla 4 muestra las estimaciones hechas para 60 km/h y 80 km/h con un modelo que incluye solamente las dinámicas de guiñada, deriva y distancia de relajación (ecuaciones (3) a (6)). Este modelo, que es ampliamente descrito en Ackermann (1994), se construye aplicando las leyes físicas que rigen la dinámica lateral del vehículo. Considerando las hipótesis antes mencionadas, las ecuaciones diferenciales de este modelo son:

$$M_{ZZ}\ddot{\psi} = -l \cdot D \cdot \alpha + l \cdot D \cdot \alpha \quad (3)$$

$$MV(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = -D \cdot \alpha - D \cdot \alpha \quad (4)$$

$$b \cdot \dot{\alpha} = V\beta + l \cdot \dot{\psi} - V\alpha - V\delta \quad (5)$$

$$b \cdot \dot{\alpha} = V\beta - l \cdot \dot{\psi} - V\alpha \quad (6)$$

La ecuación (3) es el balance de fuerzas alrededor del eje vertical  $Z_V$ : el momento de guiñada por la aceleración de guiñada es igual a la suma de fuerzas generadas por los neumáticos delanteros y traseros. El esfuerzo transversal en el centro de gravedad está dado por la expresión (4). Las ecuaciones (5) y (6) son las expresiones del balance de fuerzas en el plano de las ruedas delantera y trasera. Las variables y parámetros están dados en las tablas 1, 2 y 3, y el protocolo experimental utilizado para obtener estos resultados se describe en la sección 5.

Por otro lado, la utilización del modelo que incluye la dinámica de balanceo da como resultado una estimación bastante más robusta respecto a la velocidad longitudinal, como se ilustra en

**Tabla 5. Estimaciones con el modelo guiñada, balanceo, deriva, relajación**

Parámetro	Unidades	60 km/h	80 km/h
$D_1$	$N/rad$	108,260.0	111,974.6
$D_2$	$N/rad$	144,250.0	155,840.7
$Aro$	$N/rad/s$	2,128.9	1,991.9
$Kro$	$N/rad$	55,717.5	56,756.9
$M_{ZZ}$	$kg \cdot m^2$	670.9	634.6
$M_{XX}$	$kg \cdot m^2$	377.2	368.7
$b_1$	$m$	0.78	0.64
$b_2$	$m$	0.92	1.04

la tabla 5: el cambio de la velocidad longitudinal afecta menos a la estimación de los parámetros. En consecuencia, es necesario tomar en cuenta la dinámica de balanceo para la robustez y la precisión del modelo.

Por esta razón se decidió utilizar en este trabajo el modelo que considera las dinámicas de balanceo, guiñada, deriva y distancia de relajación. Este modelo es la ampliación del modelo anterior, añadiendo la dinámica de balanceo al principio fundamental de la dinámica, el cual se presenta en las ecuaciones (7) a (11).

$$(M_{XX} + m_s h_0^2) \ddot{\varphi} - M_{XZ} \ddot{\psi} - m_s h_0 V (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = -Kro\varphi - Aro\dot{\varphi} \quad (7)$$

$$m_s h_0 V \dot{\varphi} - M_{XZ} \dot{\varphi} + M_{ZZ} \ddot{\psi} = -l_1 D_1 \alpha_1 + l_2 D_2 \alpha_2 \quad (8)$$

$$MV(\dot{\beta} + \dot{\psi}) - m_s h_0 \dot{\varphi} = -D_1 \alpha_1 - D_2 \alpha_2 \quad (9)$$

$$b_1 \dot{\alpha}_1 = V\beta - V\alpha_1 + h_1 \dot{\varphi} + l_1 \dot{\psi} - V\varepsilon_1 \varphi - V\delta \quad (10)$$

$$b_2 \dot{\alpha}_2 = V\beta - V\alpha_2 + h_2 \dot{\varphi} - l_2 \dot{\psi} - V\varepsilon_2 \varphi \quad (11)$$

La ecuación (7) representa el balance de fuerzas alrededor del eje de balanceo  $X_V$  y la ecuación (8) el balance alrededor del eje de guiñada  $Z_V$ . El esfuerzo transversal en el centro de gravedad está dado por la expresión (9). Las ecuaciones (10) y (11) son respectivamente las expresiones del balance de fuerzas en el plano de las ruedas delantera y trasera, considerando los efectos de la distancia de relajación y los ángulos inducidos en la dirección por el balanceo.

### 3. ALGORITMO GENÉTICO

Como es bien conocido, en un algoritmo genético (AG) los individuos de la población evolucionan siguiendo operadores típicos inspirados de la genética: selección (escoger los mejores individuos de la población), recombinación (modificación de las características del individuo en cierta dirección), mutación (modificación aleatoria y limitada del individuo) y inserción (sustitución de los peores individuos de la población por los recientemente generados).

Los AG, que son un método de optimización de tipo "cálculo evolutivo", poseen innegables propiedades de exploración global, pero sus soluciones son relativamente poco precisas y el tiempo de cálculo es importante. Por otro lado, los algoritmos de optimización local tienen una capacidad de explotación elevada, mientras que sus propiedades de exploración son reducidas.

El desempeño de los AG puede mejorarse introduciendo operadores de reproducción adicionales, los cuales llevan a cabo una optimización local durante la iteración en curso. La idea de tener un AG híbrido es asociar las ventajas de exploración global del AG y de explotación de un optimizador local para

obtener soluciones locales parciales de una manera más rápida y robusta con respecto a un AG ordinario (Yen, 1995).

Uno de estos operadores adicionales es el método de poliedros flexibles o Simplex que, siendo un optimizador local, se presta particularmente bien para hacer la hibridación. La potencia de este algoritmo híbrido es muchas veces suficiente para la resolución de un gran número de problemas. El enfoque de un algoritmo genético híbrido con recombinación Simplex se utiliza en este trabajo.

Siguiendo los estudios de Renders and Flasse (1996); Bäck and Schwefel (1993); Mühlhenheim and Schlierkamp-Voosen (1993), en nuestro trabajo la población total está dividida en varios grupos de  $m + 1$  individuos, donde  $m$  es el número de parámetros a optimizar. Para nosotros  $m = 8$ . Los diferentes grupos se desarrollan de manera paralela. Se utilizan tres tipos de recombinación para cada grupo de la población, con su respectiva probabilidad: recombinación discreta ( $P_d = \frac{1}{3}$ ), recombinación continua ( $P_c = \frac{1}{3}$ ) y recombinación Simplex ( $P_s = \frac{1}{3}$ ). En la recombinación discreta, la modificación del individuo se realiza copiando en él alguna característica de otro individuo escogido al azar dentro del mismo grupo; en la recombinación continua, esto se hace sacando el promedio de algunas características de los individuos del grupo.

De una generación a la siguiente la población se somete a tres etapas principales:

1. Los individuos de la población actual se evalúan y clasifican con respecto a una función objetivo, que es nuestro criterio de coste (ecuación (12)).
2. De la población clasificada, se escoge un padre aleatoriamente para cada grupo, siguiendo una probabilidad proporcional a la clasificación o adecuación de los individuos.
3. Para cada grupo, un hijo se genera a partir del padre seleccionado y se inserta al grupo sustituyendo al peor elemento de éste.

### 4. CRITERIO DE OPTIMIZACIÓN

Un criterio de coste  $j(\theta)$  compuesto de varias variables fue utilizado para la identificación del modelo. Las variables utilizadas son: la velocidad de guiñada  $\dot{\psi}$ , el ángulo de balanceo  $\varphi$  y la aceleración transversal  $a_Y$ . La ecuación (12) muestra el criterio de coste.

$$j(\theta) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum e_{\dot{\psi}}^2}{var(\dot{\psi})} + \frac{\sum e_{\varphi}^2}{var(\varphi)} + \frac{\sum e_{a_Y}^2}{var(a_Y)}} \quad (12)$$

donde  $N$  es el número de puntos de muestra;  $e_{\dot{\psi}}$ ,  $e_{\varphi}$  y  $e_{a_Y}$  son respectivamente los errores de la velocidad de guiñada, del ángulo de balanceo y de la aceleración transversal; y  $var(\cdot)$  es la varianza.

Pudo probarse numéricamente, siguiendo el método descrito en Walter and Pronzato (1997), que para los parámetros que se quieren estimar el modelo utilizado es localmente identificable, es decir que existe una solución en una porción del espacio paramétrico. Pero, debido a la complejidad del modelo, no se puede asegurar que exista una única solución en todo el espacio. Experimentalmente se comprobó que las soluciones locales son menos numerosas con el presente criterio que utilizando  $\dot{\psi}$  y  $a_Y$  (Schmitt, 1999) o  $\dot{\psi}$  y  $\varphi$  (Haro, 2006). Con



Figura 5. Vehículo experimental

este criterio, el algoritmo de optimización converge hacia unos pocos mínimos, y la solución final se selecciona utilizando la información *a priori* del sistema: los valores coherentes de acuerdo al conocimiento que se tiene del sistema.

La utilización del ángulo de balanceo en la construcción del criterio de coste es importante para la calidad del modelo identificado de la dinámica lateral del vehículo. Sin embargo, uno puede extrañarse de la poca bibliografía sobre la utilización del ángulo de balanceo para el modelado y la identificación del vehículo automóvil. Entre los artículos que mencionan la importancia del balanceo está (Smith and Starkey, 1995) y más recientemente (Abdellatif and Heimann, 2005).

Se descartó la posibilidad de estimar por partes los parámetros de la tabla 3, ya que todos ellos determinan el comportamiento de la dinámica transversal del vehículo. Para estimar sólo una parte habría que fijar el resto a un valor dado, valor que no se conoce exactamente y que condicionaría el valor de los parámetros estimados.

## 5. PROTOCOLO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS DE ESTIMACIÓN

A partir de experimentos realizados en pista, se tomaron las medidas de algunas de las variables listadas en la tabla 1 con un vehículo experimental (figura 5), el cual está equipado con una serie de sensores clásicos y de un sistema de adquisición (figura 6) que permite registrar las señales en un equipo "Autobox". Las variables registradas son únicamente: la velocidad longitudinal en el centro de gravedad  $V_X$ , el ángulo del volante



Figura 6. Sistema de adquisición del vehículo

Tabla 6. Parámetros estimados con el modelo completo

Parámetro	Unidades	Valores estimados
$D_1$	$N/rad$	111,974.60
$D_2$	$N/rad$	155,840.70
$A_{ro}$	$N/rad/s$	1,991.90
$K_{ro}$	$N/rad$	56,756.90
$M_{ZZ}$	$kg \cdot m^2$	634.60
$M_{XX}$	$kg \cdot m^2$	368.70
$b_1$	$m$	0.64
$b_2$	$m$	1.04
Errores RMS		
$\psi$	$rad/s$	$8.539 \times 10^{-5}$
$a_Y$	$m/s^2$	$1.531 \times 10^{-3}$
$\varphi$	$rad$	$1.127 \times 10^{-5}$

$\delta_H$ , la velocidad de guiñada  $\dot{\psi}$ , la aceleración transversal  $a_Y$ , el ángulo de balanceo  $\varphi$ , la velocidad de balanceo  $\dot{\varphi}$  y la velocidad transversal al nivel del sensor Corrsys o "Correxit", la cual se transporta al centro de gravedad  $V_Y$ . El ángulo de las ruedas  $\delta$  se calcula a partir de  $\delta_H$  aplicando el factor de desmultiplicación.

Con estas medidas se procedió a la estimación de los parámetros del modelo. Como optimizador se utilizó el algoritmo genético híbrido descrito en la sección 3 y, como criterio de coste  $j(\theta)$ , la ecuación (12). Las condiciones experimentales son las siguientes:

- La excitación aplicada al volante es una señal senoidal creciente en frecuencia de 0.2 a 4 Hz (figura 7). La señal de excitación fue realizada manualmente por un conductor con experiencia.
- La frecuencia de muestreo es de 1 KHz.
- Para cada experimento, la velocidad longitudinal se mantuvo constante a 60 y 80 km/h. Se realizaron una decena de experimentos.
- Tres personas estuvieron en el interior del vehículo: piloto, copiloto y un pasajero en el asiento trasero en el centro.

Se utilizó un solo tipo de ensayo. Este tipo de señal sensibiliza los modos de la dinámica del vehículo haciendo posible la estimación de los parámetros ligados a esos modos (Schmitt, 1999). Dado que el rango de frecuencia de las diferentes dinámicas que rigen el comportamiento transversal de un automóvil es de 0 a 4 Hz., las señales de excitación utilizadas tienen un contenido de frecuencia de 0.2 a 4 Hz. El contenido de frecuencia de esta señal se presenta en la figura 8.

Para el modelo utilizado, la tabla 6 muestra el vector de parámetros estimados simultáneamente y las figuras 9, 10 y 11 presentan las gráficas de validación para las tres salidas empleadas en el criterio de error.

Se puede apreciar que el modelo identificado reproduce aceptablemente la dinámica de balanceo, ya que los residuos del ángulo de balanceo se acercan a una señal aleatoria (figura 9). Sin embargo, los residuos de la velocidad de guiñada y de la aceleración transversal aún presentan una correlación con la entrada (figuras 10 y 11): los residuos siguen en parte la forma de la señal de entrada. Es posible que esto se deba a la descripción utilizada de los neumáticos, donde la fuerza lateral es sólo proporcional al ángulo de deriva (ecuaciones (8) y (9)), o a la hipótesis hecha de los pequeños ángulos de deriva.

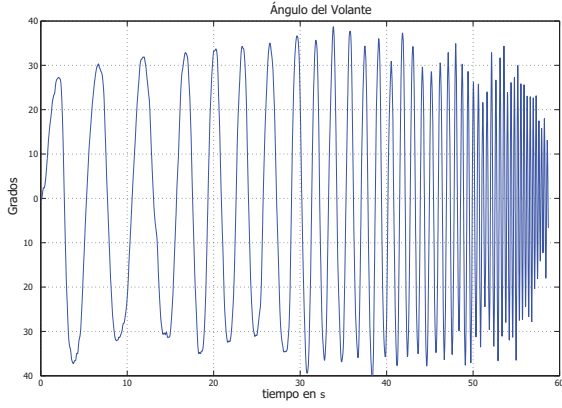


Figura 7. Señal senoidal aplicada al volante

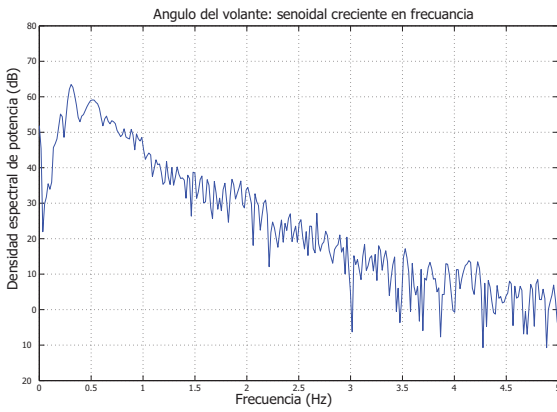


Figura 8. Contenido de frecuencia

La segunda figura de las gráficas 9, 10 y 11 muestra los residuos normalizados al cuadrado y la regresión polinomial de los residuos, que es la regresión lineal de los coeficientes del polinomio generado con los residuos. Este formato se utiliza para resaltar la evolución del error de comportamiento entre el sistema real y el modelo identificado. Así se puede apreciar claramente que el error crece para las altas frecuencias. Antes del segundo 45, que corresponde a 3.7 Hz., el error se puede considerar constante. Podemos decir entonces que el rango de validez del modelo es de 0 a 3.7 Hz.

La expresión de los residuos normalizados  $r_n(t)$  está dada por:

$$r_n(t) = \frac{e(t, \hat{\theta}) - \hat{\mu}_e}{\hat{\sigma}} \quad (13)$$

donde  $e(t, \hat{\theta})$  es el error de comportamiento que depende del tiempo  $t$  y de los parámetros estimados  $\hat{\theta}$ . La media estimada  $\hat{\mu}_e$  y la varianza estimada  $\hat{\sigma}^*$  se definen de la forma habitual:

$$\hat{\mu}_e = \frac{1}{N} \sum_{i^*}^N e(t, \hat{\theta}) \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i^*}^N [e(t, \hat{\theta}) - \hat{\mu}_e]^2 \quad (15)$$

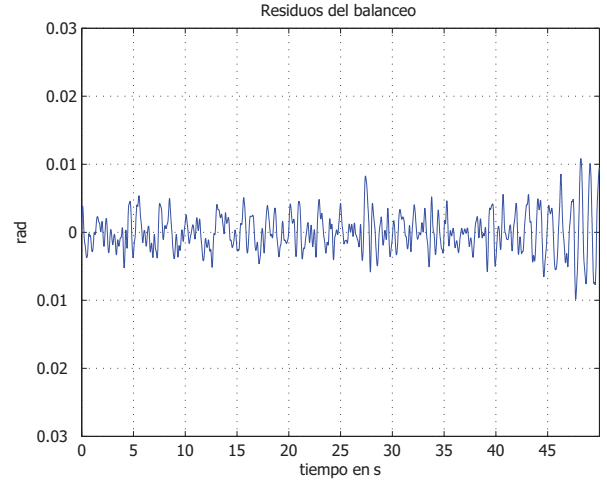
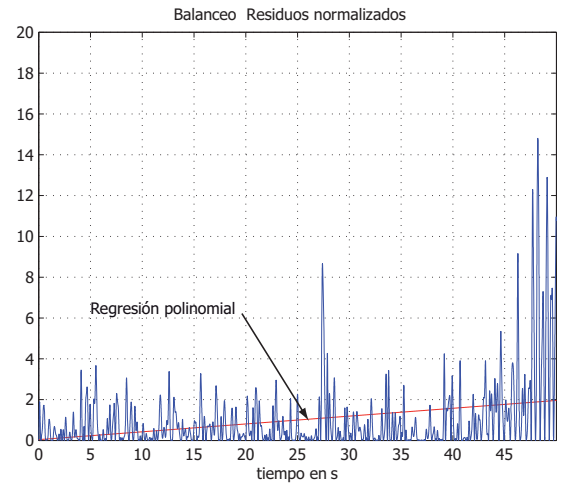


Figura 9. Validación del ángulo de balanceo



## 6. CONCLUSIONES

Este artículo presenta el proceso de identificación experimental de los parámetros de un automóvil. Se muestra que es posible estimar simultáneamente 8 parámetros de la dinámica transversal del vehículo con un solo tipo de ensayo. El modelo utilizado incluye las dinámicas de guiñada, deriva, balanceo y distancia de relajación de los neumáticos.

Se muestra también, con diferentes resultados experimentales, la importancia de incluir la dinámica de balanceo en el modelo. Los parámetros estimados de un modelo que excluye esta dinámica son más dependientes de la velocidad longitudinal del vehículo. Así, es necesario incluir el movimiento de balanceo para la robustez y la precisión del modelo identificado.

Debido a la presencia de mínimos locales, la optimización se realiza con un algoritmo genético híbrido con recombinación Simplex, el cual realiza una búsqueda global en el espacio paramétrico. El interés de la hibridación del algoritmo es aprovechar las características de exploración global al mismo tiempo que se utiliza un método de optimización local para los puntos más prometedores.

El criterio de coste utilizado reduce la cantidad de mínimos locales existentes en el espacio paramétrico, haciendo más sencilla la discriminación de resultados. El criterio está compuesto

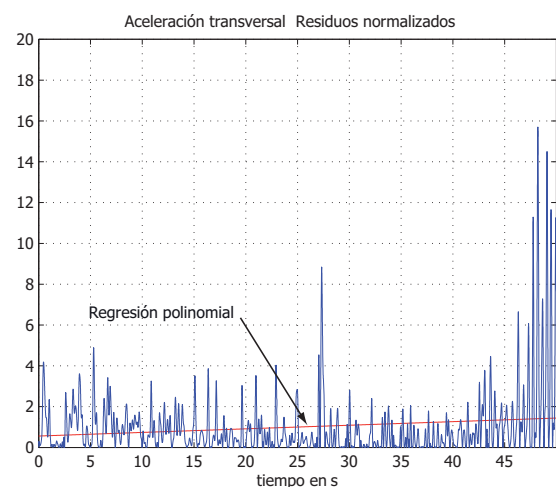
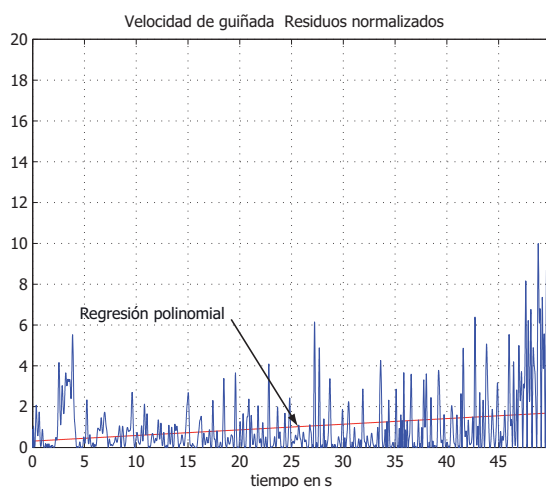
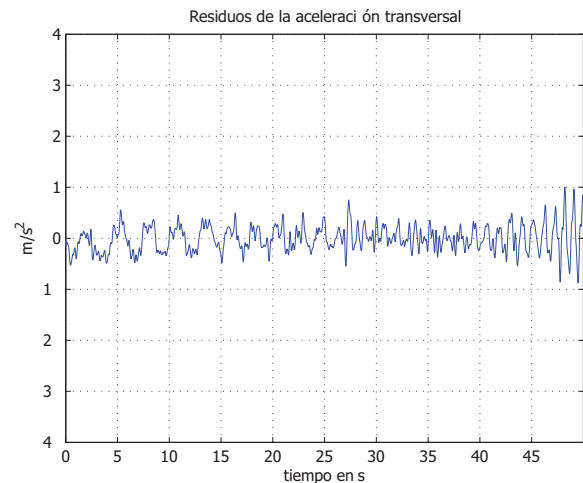
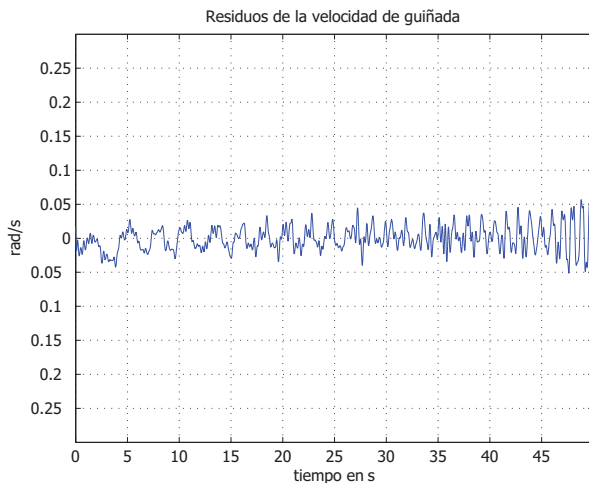


Figura 10. Validación de la velocidad de guiñada

de tres variables: la velocidad de guiñada, la aceleración transversal y el ángulo de balanceo.

Los resultados de identificación muestran que el modelo obtenido reproduce la dinámica de balanceo de una manera satisfactoria en un rango de frecuencia de 0 a 3.7 Hz. Sin embargo, los residuos de la velocidad de guiñada y de la aceleración transversal ponen en evidencia que aún existe una correlación con la entrada.

En futuros trabajos se abordará este problema. Es probable que esta correlación tenga su causa en una caracterización deficiente de los neumáticos o en linealización derivada de la hipótesis de que los ángulos de la deriva son pequeños.

#### REFERENCIAS

- Abdellatif, H. and B. Heimann (2005). Accurate modelling and identification of vehicle's nonlinear lateral dynamics. *Proc. , Hannover, Germany*.
- Ackermann, J. (1994). Robust decoupling, ideal steering dynamics and yaw stabilization of 4ws cars. *Automatica* **30**(11), 1761–1768.
- Bäck, T. and H.P. Schwefel (1993). An overview of evolutionary algorithms for parameters optimization. *Evolutionary Computation*.
- Ellis, J.R. (1969). *Vehicle Dynamics*. Business Books Limited. London.

Figura 11. Validación de la aceleración transversal

- Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. isbn 1-56091-199-9 ed.. SAE Publication.
- Haro, E. (2006). Contribution à l'identification de systèmes physiques complexes. Application à la caractérisation de la dynamique latérale d'un véhicule automobile. PhD thesis. Université de Haute-Alsace.
- Ljung, L. (1999). *System Identification, theory for the user*. Prentice Hall. Upper Saddle River, N.J.
- Luque, P., D. Alvarez and C. Vera (2004). *Ingeniería del automóvil*. Thomson. Madrid.
- Milliken, W.F. and D.L. Milliken (1995). *Race Car Vehicle Dynamics*. isbn 1-56091-526-9 ed.. SAE Publication.
- Mülhenheim, H. and D. Schlierkamp-Voosen (1993). Predictive models for the breeder genetic algorithm. *Evolutionary Computation*.
- Renders, J.M. and S.P. Flasse (1996). Hybrid methods using genetic algorithms for global optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics*.
- Schmitt, C. (1999). Contribution à l'identification des paramètres physiques des systèmes complexes. PhD thesis. Université de Haute-Alsace.
- Smith, D.E. and J.M. Starkey (1995). Effects of model complexity on the performance of automated vehicles steering controllers: Model development, validation and comparison. *Vehicle System Dynamics* **1**(24), 163–181.

- Venture, G., W. Khalil, M. Gautier and P. Bodson (2004). Identification of the dynamic parameters of a car : simulation and experimental results. *IFAC Symposium AAC 2004, Salerno, Italia*.
- Walter, Eric and Luc Pronzato (1997). *Identification of Parametric Models from Experimental Data*. Springer. Berlin-Heidelberg.
- Yen, J. (1995). A hybrid approach to modelling metabolic systems using genetic algorithms and simplex method. *Proceedings of the 11th IEEE Conference on Artificial Intelligence for Applications (CAIA95), Los Angeles CA* pp. 277–238.