

## Control de Dos-Grados-de-Libertad (2-GdL) aplicados al “Benchmark” de Sistemas para Controladores PID

V. M. Alfaro \* O. Arrieta \*\*, R. Vilanova \*\*

\* Departamento de Automática, Escuela de Ingeniería Eléctrica,  
Universidad de Costa Rica, San José, 11501-2060 Costa Rica  
(e-mail: Victor.Alfaro@ucr.ac.cr, oarrieta@eie.ucr.ac.cr)

\*\* Departament de Telecomunicació i d'Enginyeria de Sistemes  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria,  
Universitat Autònoma de Barcelona, 08193 Bellaterra, Barcelona, España  
(e-mail: Orlando.Arrieta, Ramon.Vilanova@uab.cat)

Resumen: El presente artículo muestra la aplicación de los controladores PID de dos grados de libertad, a un conjunto de modelos con dinámicas diversas, representativos de procesos en el ámbito industrial. Este tipo de estructura de control permite hacer frente tanto a las perturbaciones en el sistema, como a los cambios en la señal de consigna. Se presentan posibles formas de conseguir estos objetivos de control, así como técnicas para obtener sintonías que optimicen índices específicos, que contemplan el rendimiento y el esfuerzo de control del lazo. En particular se describe el procedimiento utilizado para la solución del problema propuesto por el Grupo de Ingeniería de Control del CEA, del “Benchmark” de Sistemas para Controladores PID. Copyright © 2009 CEA.

Palabras Clave: Control PID, Dos-Grados-de-Libertad, Control de Procesos, Sistemas de Control.

### 1. INTRODUCCIÓN

Sin duda alguna, desde su introducción en 1940 (Babb, 1990; Bennett, 2000), los controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) son la opción más utilizada en las diferentes aplicaciones de control de procesos. Su éxito se debe principalmente a la sencillez de su estructura (tres parámetros a sintonizar) y funcionamiento, que le permiten al ingeniero de control un entendimiento mejor y fácil, comparado con otras técnicas de control avanzadas.

En los últimos sesenta años se ha desarrollado una gran variedad de técnicas y metodologías de diseño y sintonización de controladores PID, sobre las cuales se puede encontrar literatura abundante. Especial atención merece el *IFAC Workshop PID'00 Past, Present and Future of PID Control*, que tuvo lugar en Terrassa, España, en Abril del 2000, y donde fue presentada una revisión general del estado de la técnica del control PID.

Por lo general, la mayoría de controladores de los lazos de control realimentado, son sintonizados para el rechazo de las perturbaciones (*control regulatorio*) (Ziegler and Nichols, 1942; Cohen and Coon, 1953; López *et al.*, 1967) o para un buen seguimiento del cambio en la señal de consigna (*servo control*) (Martin *et al.*, 1975; Rivera *et al.*, 1986; Rovira *et al.*, 1969), siendo necesaria la elección de uno u otro modo de sintonía y obteniendo, como regla general, un mal rendimiento en seguimiento cuando se utiliza una sintonía para regulación y viceversa.

La formulación de Dos-Grados-de-Libertad (2-GdL) tiene como objetivo tratar de satisfacer estas dos condiciones. El segundo grado de libertad proviene de la relativa flexibilidad obtenida a la hora de diseñar un sistema de control, en lo que

se refiere a la posibilidad de procesar de manera independiente las señales de referencia y salida. Ver por ejemplo (Araki, 1984a,b, 1985), así como una revisión de sus características en (Taguchi and Araki, 2000; Taguchi *et al.*, 2002; Taguchi and Araki, 2002); además de diferentes métodos de sintonía que han sido desarrollados, tal es el caso de (Alfaro *et al.*, 2008; Åström *et al.*, 1992; Åström and Hägglund, 2004; Åström *et al.*, 1998; Gorez, 2003; Hang and Cao, 1996; Hägglund and Åström, 2002).

Recientemente, una nueva alternativa para el diseño de controladores de Un-Grado-de-Libertad (1-GdL) ha sido propuesta (Arrieta and Vilanova, 2007a,b,c). En ella se busca alcanzar una sintonía de *compromiso* cuando no pueden satisfacerse, de manera óptima, ambos modos de operación. Se dice entonces que de esa manera se tiene un esquema de control con 2-GdL implícitos.

El presente artículo corresponde a una invitación del Grupo temático de Ingeniería de Control del Comité Español de Automática (CEA), que promovió el concurso “Benchmark” de sistemas para controladores PID, que pretendía evaluar el funcionamiento de controladores óptimos, diseñados para nueve plantas del conjunto de prueba propuesto por Åström and Hägglund (2000). El objetivo general del concurso era diseñar un controlador PID para cada una de estas plantas, que optimizara tanto el rendimiento del lazo de control, como el esfuerzo de la señal de control, ante un cambio tipo escalón en el valor de consigna y uno tipo pulso en la perturbación de carga.

Atendiendo lo anterior, se presentó la propuesta descrita más adelante, elaborada en forma conjunta entre el Departamento de Automática, de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Costa Rica y el Grupo de Ingeniería de Sistemas y Au-

tomática, del Departament de Telecomunicació i d'Enginyeria de Sistemes de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Este artículo se organiza de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta un resumen de las diferentes formulaciones para sistemas PID de Dos-Grados-de-Libertad. La Sección 3 contiene el planteamiento general del concurso y la solución propuesta se encuentra en la Sección 4. Las gráficas de respuesta de los sistemas, así como evaluaciones de las sintonías propuestas están en la Sección 5. Finalmente, las principales conclusiones se encuentran resumidas en la Sección 6.

## 2. FORMULACIONES PID DE DOS-GRADOS-DE-LIBERTAD (2-GDL)

En general, la obtención de las reglas para la sintonización de los controlador PID están relacionadas con el esquema de control mostrado en la Fig. 1, donde  $P(s)$  es la función de transferencia del proceso controlado y  $C(s)$  la del controlador;  $r(s)$  es el valor de consigna,  $u(s)$  el esfuerzo de control (salida del controlador),  $d(s)$  la perturbación de carga y donde la variable controlada del proceso es  $y(s)$ .

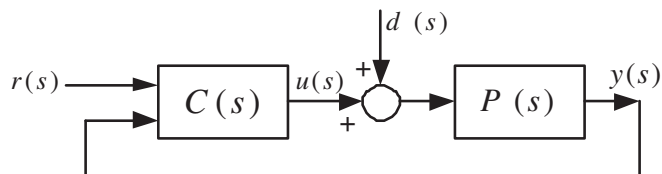


Figura 1. Lazo de control realimentado

La señal de salida del sistema de control  $y(s)$  depende de sus dos entradas,  $r(s)$  y  $d(s)$ , de manera que pueden distinguirse dos modos diferentes de operación del sistema de acuerdo a cual de estas se considere, a saber, como *servo control* o como *control regulatorio*. En el primer caso, el objetivo de control es proporcionar un buen *seguimiento de la señal de consigna*  $r(s)$ , mientras que en el segundo, es el mantenimiento de la variable controlada en el valor de consigna, mediante el *rechazo de las perturbaciones*  $d(s)$ .

Para el diseño del sistema de control deben considerarse estos dos funcionamientos, sin embargo dependiendo de la estructura de control que se tenga, no siempre es posible especificar dinámicas de rendimiento independientes para cambios en el valor de consigna y para cambios en la perturbación.

Considérese que la relación entrada-salida del sistema de control de la Fig. 1, es de la forma general

$$y(s) = M_{yr}(s)r(s) + M_{yd}(s)d(s) \quad (1)$$

con  $M_{yr}(s)$  la función de transferencia entre la salida y la señal de consigna, y  $M_{yd}(s)$  la función de transferencia entre la salida y la perturbación. El controlador  $C(s)$  puede tomar la estructura general estándar del PID, cuya salida está descrita por

$$u(t) = K_c \left\{ e_p(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_i(\tau) d\tau + T_d \frac{de_d(t)}{dt} \right\} \quad (2)$$

con

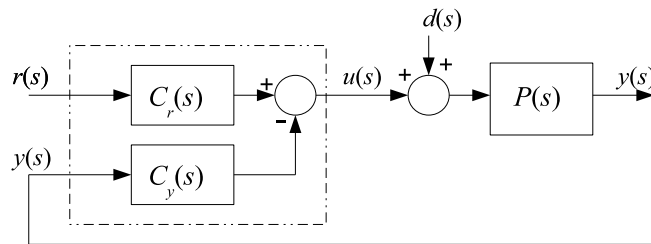


Figura 2. Sistema de control de dos grados de libertad

$$e_p(t) = \beta r(t) - y(t) \quad (3)$$

$$e_i(t) = r(t) - y(t) \quad (4)$$

$$e_d(t) = \gamma r(t) - y(t) \quad (5)$$

y donde  $K_c$  es la ganancia,  $T_i$  la constante de tiempo integral,  $T_d$  la constante de tiempo derivativa, y  $\beta$  y  $\gamma$  son los factores de peso del valor de consigna del controlador.

Si se aplica la transformada de Laplace, la salida del controlador PID (2) se puede reescribir como (se incluye la consideración usual de filtrar el modo derivativo)

$$u(s) = K_c \left( \beta + \frac{1}{T_i s} + \frac{\gamma T_d s}{0,1 T_d s + 1} \right) r(s) - K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{0,1 T_d s + 1} \right) y(s) \quad (6)$$

El modo derivativo, con un filtro fijo, se aplica usualmente solo a la señal realimentada, de manera de evitar el salto derivativo ante los cambios tipo escalón en el valor de consigna, haciendo  $\gamma = 0$  en (6) (modo derivativo aplicado solamente a la señal realimentada  $y$ ).

Por lo tanto (6) se reduce a

$$u(s) = K_c \left( \beta + \frac{1}{T_i s} \right) r(s) - K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{0,1 T_d s + 1} \right) y(s) \quad (7)$$

o en forma compacta a

$$u(s) = C_r(s)r(s) - C_y(s)y(s) \quad (8)$$

siendo entonces

$$C_r(s) = K_c \left( \beta + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (9)$$

el controlador de valor de consigna y

$$C_y(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{0,1 T_d s + 1} \right) \quad (10)$$

el controlador de realimentación.

El factor de peso del valor de consigna  $\beta$  es restringido por los fabricantes de los controladores comerciales a valores en el ámbito  $0 \leq \beta \leq 1,0$ . La Fig. 2 muestra el esquema de control de 2-GdL resultante.

De la Fig. 2 se puede obtener entonces que en (1), la función de transferencia de lazo cerrado para el seguimiento de la señal de consigna es

$$M_{yr}(s) = \frac{C_r(s)P(s)}{1 + C_y(s)P(s)} \quad (11)$$

y que la correspondiente para el rechazo de las perturbaciones

$$M_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + C_y(s)P(s)} \quad (12)$$

las cuales están relacionadas de la forma

$$M_{yd}(s) = C_r(s)M_{yr}(s) \quad (13)$$

Si se definen los *grados de libertad* de un sistema de control, como el número de funciones de transferencia de lazo cerrado que pueden seleccionarse de manera independiente (Horowitz, 1963), para el caso concreto del controlador PID se puede tener un sistema de Un-Grado-de-Libertad (1-GdL) o uno de Dos-Grados-de-Libertad (2-GdL), dependiendo del valor del parámetro  $\beta$ .

Para  $\beta = 1$ , las funciones de transferencia del lazo cerrado del sistema de control no pueden tener dinámicas independientes por lo que se tendría un sistema de 1-GdL. Lo anterior introduce una limitación a la hora de diseñar la sintonía del controlador ya que se puede obtener un rendimiento óptimo del sistema, solo para uno de los dos tipos de funcionamiento, servo control o control regulatorio. De esta manera, el ingeniero de control se ve obligado a escoger uno de los dos tipos de funcionamiento, cuando en la práctica ambas situaciones se presentan en los sistemas de control.

Una posible solución para la situación anterior es presentada por Arrieta and Vilanova (2007a), donde se introduce una metodología para la obtención de una sintonía intermedia (o de compromiso) servo/regulación. En este caso, se busca que el controlador PID de 1-GdL brinde las mejores prestaciones cuando se produzcan cambios en la señal de consigna y en las perturbaciones y es por esta razón que se los autores denominan la sintonía como de 2-GdL *implícitos*. El resultado es un controlador que a pesar de no ser óptimo en los casos de servo o regulación (individualmente), brinda un mejor rendimiento global cuando ambas situaciones se presentan.

A pesar de lo anterior, es sabido que un controlador PID de 2-GdL es el que logra el mejor desempeño global considerando ambas situaciones de control. El segundo grado de libertad se consigue con la variación del parámetro  $\beta$ , dentro del ámbito permitido y es de esta manera que se pueden obtener dinámicas con cierta independencia para ambos modos de operación.

El diseño usualmente se realiza en dos etapas, determinando primero los parámetros que optimizan un comportamiento de regulación ( $M_{yd}(s)$ ) y posteriormente se encuentra un  $\beta$  adecuado para mejorar la respuesta del servo control (subóptimo). De esta manera se pueden establecer las siguientes relaciones

$$M_{yd}^{2GdL}(s) = M_{yd}^{1GdL}(s) \quad (14)$$

$$M_{yr}^{2GdL}(s) = C_r(s)M_{yd}^{2GdL}(s) \quad (15)$$

donde para un proceso  $P(s)$  dado, una vez que se especifica el comportamiento  $M_{yd}^{2GdL}(s)$ , puede utilizarse el parámetro libre en  $C_r(s)$  ( $\beta$ ) para ajustar, dentro de lo que sea posible,  $M_{yr}^{2GdL}(s)$ .

Otra alternativa es presentada por Montenegro (2007), para el diseño de un PID de 2-GdL, la cual consiste en determinar, en una sola etapa, el conjunto completo de parámetros del controlador que hacen óptimo el lazo de control bajo un determinado criterio. De esta forma, la sintonía que se obtiene logra un rendimiento balanceado entre el funcionamiento de servo control y el del control regulatorio, sin llegar a ser óptimo para ninguno de ellos (extremos). El diseño en una sola etapa brinda mejores resultados que el tradicionalmente propuesto de dos etapas.

Considerando las ventajas, anteriormente expuestas, que brinda el controlador PID de 2-GdL, se escogió esta configuración como propuesta para el concurso, realizando su diseño en una sola etapa, de manera de obtener el comportamiento óptimo bajo los criterios especificados.

### 3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La problemática general del concurso era el diseño de los controladores Proporcionales-Integrales-Derivativos (PID), para un conjunto de nueve procesos controlados particulares, que optimizaran una determinada funcional de coste, la cual penalizaba tanto el rendimiento (en función del error), como el coste del esfuerzo de control.

Se debía considerar el lazo de control realimentado mostrado en la Fig. 1.

#### 3.1 Procesos controlados

Como procesos o sistemas controlados se considerarían nueve plantas diferentes, seleccionadas de entre el conjunto de plantas de prueba sugeridas por Åström and Hägglund (2000), con las siguientes funciones de transferencia:

- Sistema de polo múltiple

$$P_1(s) = \frac{1}{(s+1)^8} \quad (16)$$

- Sistema de cuarto orden

$$P_2(s) = \frac{1}{(s+1)(0,5s+1)(0,25s+1)(0,125s+1)} \quad (17)$$

- Sistema de fase no mínima

$$P_3(s) = \frac{1-5s}{(s+1)^3} \quad (18)$$

- Sistema de primer orden más tiempo muerto

$$P_4(s) = \frac{e^{-s}}{0,1s+1} \quad (19)$$

- Sistema de segundo orden más tiempo muerto

$$P_5(s) = \frac{e^{-s}}{(0,1s+1)^2} \quad (20)$$

- Sistema de polos rápidos y lentos

$$P_6(s) = \frac{100}{(s+10)^2} \left( \frac{1}{s+1} + \frac{0,5}{s+0,05} \right) \quad (21)$$

- Sistema condicionalmente estable

$$P_7(s) = \frac{(s+6)^2}{s(s+1)^2(s+36)} \quad (22)$$

- Sistema oscilatorio

$$P_8(s) = \frac{25}{(s+1)(s^2+s+25)} \quad (23)$$

- Sistema inestable

$$P_9(s) = \frac{1}{s^2-1} \quad (24)$$

### 3.2 Controlador PID

El controlador podía ser un controlador PID con estructura estándar, paralela, de uno o dos grados de libertad, u otra variante.

Por ejemplo, podía ser un PID estándar de Dos-Grados-de-Libertad como el presentado en (2).

### 3.3 Funcionales de coste

El funcionamiento de los controladores se evaluaría considerando tanto el rendimiento, mediante una función del error de regulación, como el coste del esfuerzo de control.

El desempeño se mediría por medio de la funcional de coste del error absoluto (IAE) definida como

$$J_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (25)$$

y el esfuerzo de control, por medio de su coste absoluto (IAU) con

$$J_{IAU} = \int_0^{\infty} |u(t)| dt \quad (26)$$

tanto ante un cambio tipo escalón unitario en el valor de consigna, como ante un cambio tipo pulso unitario en la perturbación de carga.

El pulso en la perturbación tendría una duración mínima de un minuto.

Además, el valor máximo del esfuerzo de control, no podía ser mayor a diez veces su valor requerido en estado estacionario, después de un cambio escalón unitario en el valor de consigna (sin perturbación).

## 4. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Dada lo diverso del comportamiento dinámico de los procesos a controlar y lo específico de las funcionales de coste a optimizar, se consideró que la solución más directa y viable era mediante la optimización de los parámetros de un controlador PID de 2-GdL genérico, para cada uno de los procesos controlados.

De esta manera para cada una de las nueve plantas propuestas se determinaron los parámetros para lograr el mínimo de una funcional de coste que penalizaba el error y el esfuerzo de control, ante un cambio escalón en el valor deseado y ante la perturbación de carga en forma combinada.

### 4.1 Controlador PID

El esquema de control utilizado corresponde al ilustrado en la Fig. 2, utilizando un PID estándar (ideal) de Dos-Grados-de-Libertad, con la derivada aplicada sólo a la señal realimentada, tal y como lo describen (7) a (10).

El factor de peso de valor deseado  $\beta$  se restringió a valores en el ámbito  $0 \leq \beta \leq 1,0$  y los demás parámetros del controlador,  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$ , podían tomar cualquier valor positivo ( $T_d = 0$  en el caso de un controlador PI).

### 4.2 Funcionales de coste

De conformidad con lo establecido en las bases del concurso, se evaluó el desempeño de los lazos de control mediante una funcional de coste en el error definida como

$$J_e = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (27)$$

para cambios en el valor de consigna ( $J_{er}$ ) y en la perturbación ( $J_{ed}$ ).

Además, se evaluó también el coste del esfuerzo de control, sin embargo en vez de utilizar (26), esta funcional de coste se estableció como

$$J_u = \int_0^{\infty} |u(t) - u(\infty)| dt \quad (28)$$

de manera que su valor fuera finito, ya que el valor final del esfuerzo de control después de un cambio en el valor de consigna o en la perturbación, no necesariamente es cero. Esta funcional se evaluó también para cambios en el valor de la consigna ( $J_{ur}$ ) y en la perturbación ( $J_{ud}$ ).

Si se considera que tanto el cambio en el valor de consigna como en la perturbación es un escalón, la funcional de coste total a minimizar sería

$$J_{T1}(\bar{\theta}) = J_{er} + J_{ur} + J_{ed} + J_{ud} \quad (29)$$

donde  $\bar{\theta}$  es el vector de parámetros del controlador

$$\bar{\theta} = [K_c \ T_i \ T_d \ \beta] \quad (30)$$

Sin embargo, se indicaba en la convocatoria del concurso que para la evaluación de los controladores, el cambio en la perturbación sería un pulso de duración fija y amplia, respecto a la dinámica de las plantas. Como este cambio sería equivalente a dos cambios seguidos tipo escalón en la perturbación, solo que el segundo en sentido contrario al primero, se consideró también una segunda opción para la funcional de coste total a optimizar como

$$J_{T2}(\bar{\theta}) = J_{er} + J_{ur} + 2J_{ed} + 2J_{ud} \quad (31)$$

### 4.3 Procedimiento de optimización

En vez de realizar la optimización del controlador PID de dos grados de libertad en la forma tradicional, esto es, en dos etapas, en donde se optimizan primero los parámetros  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$  del controlador de realimentación, ante un cambio en la perturbación de carga (*control regulatorio*), para luego

seleccionar el factor de peso de valor deseado  $\beta$  del controlador de valor de consigna, de manera de mejorar el desempeño ante un cambio en el valor deseado (*servo control*), se realizó una optimización integral del controlador, considerando el conjunto completo de sus cuatro parámetros  $\bar{\theta}$ .

El problema planteado fue entonces encontrar el conjunto de parámetros (30) óptimos  $\bar{\theta}_{o1}$ , tal que la funcional de coste (29) fuera mínima, esto es que

$$J_{T1o} \doteq J_{T1}(\bar{\theta}_{o1}) = \min_{\bar{\theta}} \{J_{er} + J_{ur} + J_{ed} + J_{ud}\} \quad (32)$$

para el caso de cambios tipo escalón en las dos entradas, y el conjunto de parámetros óptimos  $\bar{\theta}_{o2}$ , tal que la funcional de coste (31) fuera mínima, esto es que

$$J_{T2o} \doteq J_{T2}(\bar{\theta}_{o2}) = \min_{\bar{\theta}} \{J_{er} + J_{ur} + 2J_{ed} + 2J_{ud}\} \quad (33)$$

para el caso en que el cambio en el valor de consigna sea un escalón y en la perturbación un pulso.

Los parámetros  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$  del controlador afectan el desempeño y el coste de control, tanto ante un cambio en el valor de consigna como en el de la perturbación, mientras que el factor de peso de valor deseado  $\beta$  solo los afecta ante el cambio en el valor de consigna. Sin embargo, dado que se deseaba optimizar ambos tipos de funcionamientos del lazo (*servo control* y *control regulatorio*), la búsqueda del conjunto completo de parámetros del controlador  $\bar{\theta}$  que optimiza la funcional de coste (29) o (31), permitiría utilizar toda la flexibilidad que los controladores de dos grados de libertad proveen, para obtener un *funcionamiento balanceado* tanto entre sus respuestas a cada una de las dos entradas (valor de consigna y perturbación), como entre su desempeño  $J_e$  y el coste de su esfuerzo de control  $J_u$ .

No se presenta, dentro del marco del presente trabajo, cuyo alcance se limitó a la solución del problema planteado en el concurso, un estudio más profundo sobre las implicaciones de la minimización de las funcionales presentadas. No obstante, el planteamiento utilizado (optimización de los cuatro parámetros del controlador), es el que ha de conducir a una solución óptima. En cualquier otro planteamiento, en que se procede mediante un diseño en dos etapas, siempre se tendrá que uno de los comportamientos es subóptimo. De esta forma, tal y como se ha planteado, se aprovecha totalmente la potencialidad de los controladores de 2-GdL. La obtención de una solución subóptima también acontecerá cuando se añadan restricciones a los parámetros (limitación del valor de  $\beta$  a valores no superiores a uno, como es usual en la mayoría de los controladores comerciales, o al valor de  $K_c$  con el fin de cumplir con las restricciones sobre el valor máximo de la señal de control, etc.).

Debe tomarse en cuenta que en la convocatoria del concurso, el criterio de evaluación de los controladores se estableció como la suma simple de las funcionales (25) y (26), por lo que su peso dentro de las funcionales compuestas (29) y (31) está implícito y dado por su magnitud relativa, favoreciéndose de hecho alguna de ellas.

#### 4.4 Parámetros del controlador

En el proceso de solución del problema planteado se utilizaron en forma coordinada, el programa Simulink® para la simu-

Tabla 1. Esfuerzo de control máximo

Planta	$U_{ss}$	$U_{mp}$	$U_{m1o}$	$U_{m2o}$
$P_1$	1,0	10,0	1,215	1,237
$P_2$	1,0	10,0	1,595	1,656
$P_3$	1,0	10,0	1,111	1,110
$P_4$	1,0	10,0	1,209	1,221
$P_5$	1,0	10,0	1,108	1,117
$P_6$	0,0909	0,909	0,899	0,899
$P_7$	0,0	0,0	9,280	9,474
$P_8$	1,0	10,0	1,284	1,501
$P_9$	1,0	10,0	9,343	9,422

lación digital de los lazos de control y el programa Matlab® para la optimización de los parámetros del controlador. Esta optimización se ha realizado mediante el uso de las funciones `fminsearch` para las minimizaciones sin restricciones y `fmincon` para las minimizaciones con restricciones. Las optimizaciones se han realizado a partir de una estimación inicial de los parámetros del controlador, hecha con base en su dinámica (ganancia y constante de tiempo dominante). La optimalidad de la solución obtenida, se verificó usándola como punto de partida de una segunda optimización. Obviamente esto puede conducir a que la solución obtenida pudiera ser un óptimo local y no global, pero en cualquier caso, queda patente que es suficientemente buena.

*Restricción en la magnitud del esfuerzo de control:* Además de tener que optimizar el desempeño y el esfuerzo de control de los lazos de control como se indicó en la Sección 4.2, las bases del concurso establecían que el valor máximo del esfuerzo de control, no debía ser mayor a diez veces su valor final después de un cambio escalón en el valor de consigna.

La optimización de los controladores se realizó inicialmente en todos los casos, sin restricciones en los valores de los parámetros de los controladores (excepto por el límite superior de 1,0 en el peso de valor deseado  $\beta$ ) y se verificó luego el valor máximo del esfuerzo de control obtenido.

Para los casos en que este excedía la restricción impuesta a su valor máximo (plantas 6, 7 y 9), se realizó entonces una nueva optimización con restricciones.

El esfuerzo de control tenía valores extremos en respuesta al cambio escalón en el valor de consigna. Si se considera un cambio instantáneo de magnitud  $\Delta r$  en esta, el cambio que se produce en la salida es

$$\Delta u = K_c \beta \Delta e = K_c \beta \Delta r \quad (34)$$

La ganancia del controlador afecta tanto la magnitud del cambio instantáneo en la salida del controlador, como su magnitud máxima. Por lo tanto, para limitar el valor extremo del esfuerzo de control en una forma simple, se impuso una restricción en el valor máximo permitido para la ganancia del controlador, el cual se ajustó en cada caso particular que lo requería, de manera de lograr cumplir con la restricción impuesta.

Los valores máximos permitidos para el esfuerzo de control y los obtenidos con los parámetros óptimos determinados, se muestran en la tabla 1, en donde  $U_{ss}$  es el valor final del esfuerzo de control después del cambio escalón en el valor de consigna,  $U_{mp}$ , su valor máximo permitido en las bases del concurso, y  $U_{m1o}$  y  $U_{m2o}$  los valores máximos obtenidos con los dos conjuntos de parámetros óptimos propuestos.

Tabla 2. Parámetros de los controladores ( $J_{T1}$ )

Planta	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$\beta$
$P_1$	0,890	5,147	1,999	0,661
$P_2$	3,637	1,334	0,420	0,222
$P_3$	0,335	2,665	0,774	0,844
$P_4$	0,423	0,538	0,137	1,0
$P_5$	0,367	0,497	0,103	1,0
$P_6$	0,626	0,441	0,0	0,0
$P_7$	65,0	1,736	0,632	0,141
$P_8$	0,596	0,424	0,172	1,0
$P_9$	40,0	1,430	0,297	0,231

Tabla 3. Parámetros de los controladores ( $J_{T2}$ )

Planta	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$\beta$
$P_1$	0,921	5,015	2,049	0,612
$P_2$	3,921	1,294	0,436	0,200
$P_3$	0,337	2,635	0,751	0,773
$P_4$	0,428	0,539	0,136	1,0
$P_5$	0,369	0,495	0,101	1,0
$P_6$	0,621	0,439	0,0	0,0
$P_7$	65,0	1,730	0,638	0,144
$P_8$	0,525	0,228	0,188	1,0
$P_9$	40,0	1,430	0,300	0,233

Tabla 4. Valor de las funcionales de coste ( $J_{T1}$ )

Planta	$J_{er}$	$J_{ur}$	$J_{ed}$	$J_{ud}$	$J_{T1o}$
$P_1$	8,420	2,878	5,999	7,643	24,943
$P_2$	1,460	1,511	0,375	1,692	5,039
$P_3$	8,575	1,969	16,912	9,005	36,462
$P_4$	1,396	1,318	1,300	2,338	6,353
$P_5$	1,464	1,351	1,431	2,415	6,610
$P_6$	1,543	1,734	1,205	2,311	6,793
$P_7$	1,555	1,212	0,027	1,121	3,915
$P_8$	1,176	1,593	1,003	2,112	5,883
$P_9$	1,064	2,087	0,036	1,173	4,360
$\sum J_{T1o} =$					100,358

Nótese que para la planta 7, el valor final del esfuerzo de control después del cambio escalón en el valor de consigna es cero. En este caso, la restricción impuesta en las bases del concurso sobre el esfuerzo de control, se interpretó como que su máximo no excediera el valor de 10.

**Parámetros óptimos:** Los parámetros óptimos de los controladores según la funcional de coste total (32) obtenidos para el control de cada una de las plantas, se muestran en la tabla 2. Todos los controladores propuestos son un PID, excepto el propuesto para la planta  $P_6$  que es un PI.

Para el caso en que la funcional de coste total es (33), los parámetros de los controladores óptimos para el control de cada planta se muestran en la tabla 3. En este caso también todos los controladores propuestos son todos un PID, excepto el propuesto para la planta  $P_6$  que es un PI.

## 5. COMPORTAMIENTO DE LOS SISTEMAS OPTIMIZADOS

Los valores de las funcionales de coste obtenidas con los parámetros  $\bar{\theta}_{o1}$ , que optimizan el sistema de control ante cambios tipo escalón, tanto en el valor de consigna como en la perturbación, se listan en la tabla 4, así como la suma total de estas.

Por su parte, los valores de las funcionales de coste obtenidas con los parámetros  $\bar{\theta}_{o2}$ , que optimizan el sistema de control ante

Tabla 5. Valor de las funcionales de coste ( $J_{T2}$ )

Planta	$J_{er}$	$J_{ur}$	$J_{ed}$	$J_{ud}$	$J_{T2o}$
$P_1$	8,547	3,058	5,723	7,688	38,429
$P_2$	1,446	1,565	0,342	1,697	7,089
$P_3$	8,729	2,052	16,836	8,878	62,210
$P_4$	1,400	1,322	1,297	2,336	9,987
$P_5$	1,467	1,354	1,429	2,413	10,505
$P_6$	1,550	1,736	1,214	1,214	10,350
$P_7$	1,550	1,218	0,027	1,121	5,064
$P_8$	1,112	2,010	0,855	2,027	8,886
$P_9$	1,061	2,091	0,036	1,172	5,568
$\sum J_{T2o} =$					158,088

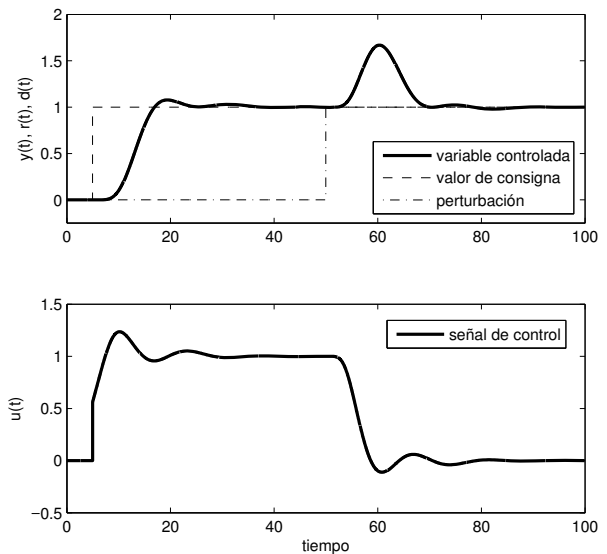


Figura 3. Comportamiento sistema de control, Planta 1

un cambio tipo escalón en el valor de consigna y uno tipo pulso en la perturbación, se listan en la tabla 5, así como la suma total de estas.

Como la funcional de coste  $J_{T2}$ , penaliza más las respuestas ante los cambios en la perturbación, que las respuestas al cambio en el valor de consigna, en comparación con la funcional de coste  $J_{T1}$ , en este caso las funcionales de coste parciales del servo control aumentaron su valor, mientras que el de las del control regulatorio disminuyó.

Las curvas de respuesta de los sistemas de control de las nueve plantas controladas, obtenidas con los parámetros óptimos  $\bar{\theta}_{o2}$ , así como la variación del esfuerzo de control de cada uno de ellos, se muestran en las Figs. 3 a 11.

## 6. CONCLUSIONES

El problema presentado en el concurso "Benchmark" de sistemas para controladores PID, permitió evaluar el comportamiento de los controladores PID de dos grados de libertad con un conjunto de procesos controlados, con características dinámicas muy diversas.

Mediante el establecimiento de una funcional de coste que consideraba tanto el desempeño del lazo de control, mediante una función del error de regulación y el coste de control ante cambios en el valor de consigna y en la perturbación de carga, y la optimización en forma conjunta de los cuatro parámetros

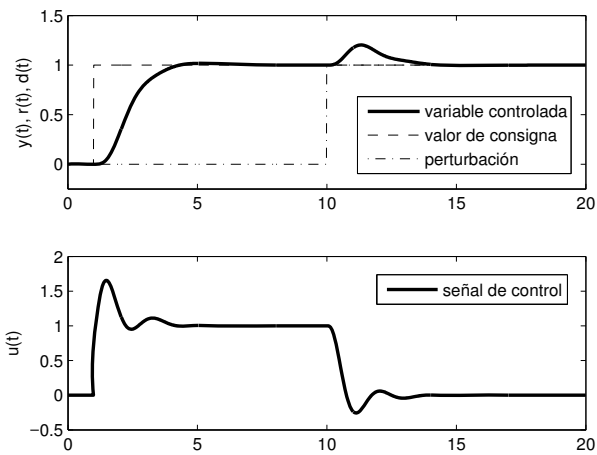


Figura 4. Comportamiento sistema de control, Planta 2

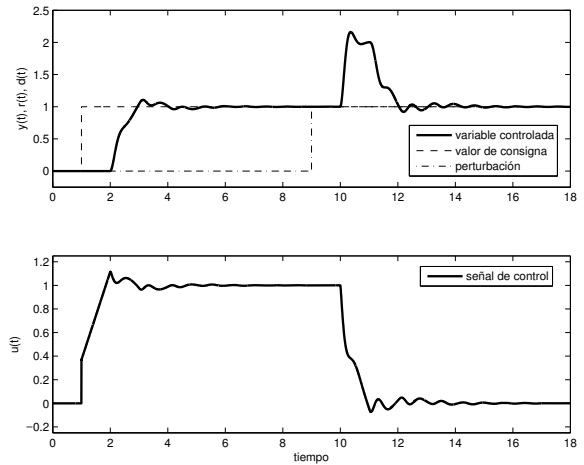


Figura 7. Comportamiento sistema de control, Planta 5

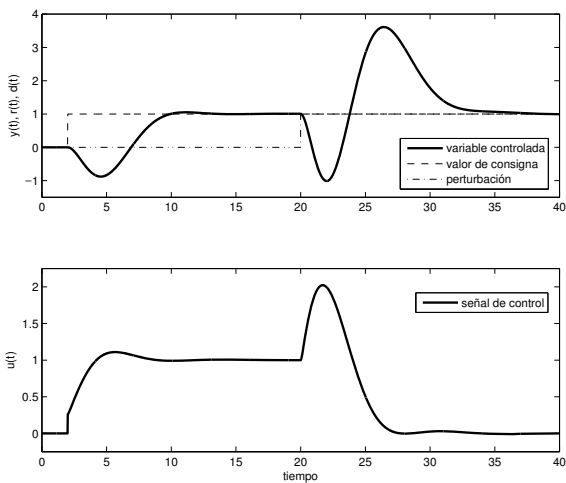


Figura 5. Comportamiento sistema de control, Planta 3

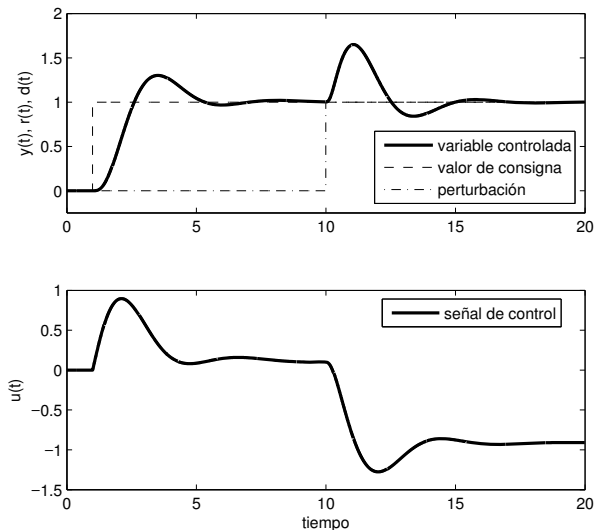


Figura 8. Comportamiento sistema de control, Planta 6

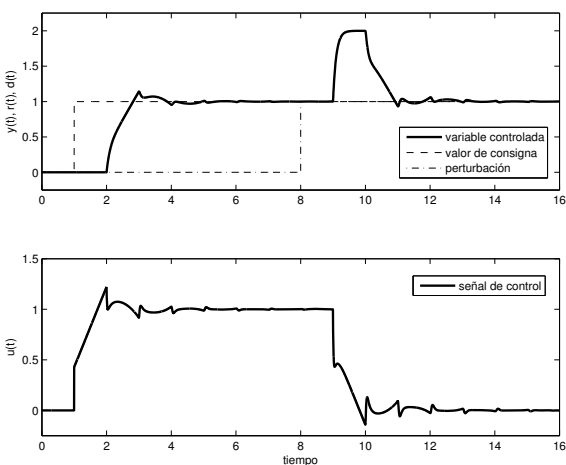


Figura 6. Comportamiento sistema de control, Planta 4

del controlador, se obtuvieron controladores que producen un sistema de control con un *comportamiento balanceado*, tanto en sus respuestas (*servo control* y *control regulatorio*), como entre su rendimiento y el coste de su esfuerzo de control.

El parámetro adicional provisto por los controladores PID de dos grados de libertad (el factor de peso del valor de consigna), respecto a los de un solo grado de libertad, permite obtener un mejor funcionamiento global del lazo de control, cuando se consideran cambios en las dos entradas al sistema (valor de consigna y perturbación).

Si bien las bases del concurso consideraron dos aspectos fundamentales para el diseño de los lazos de control PID, como son el compromiso entre los modos de funcionamiento (*servo control* y *control regulatorio*) y el compromiso entre el desempeño y el coste de control, y se tomó en consideración el valor máximo del esfuerzo de control, se dejaron fuera otros aspectos importantes: la variación total del esfuerzo de control, la robustez del lazo de control ante cambios en las características del proceso

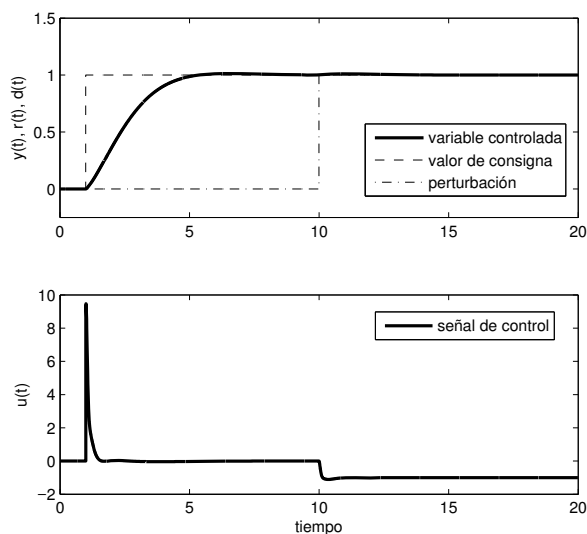


Figura 9. Comportamiento sistema de control, Planta 7

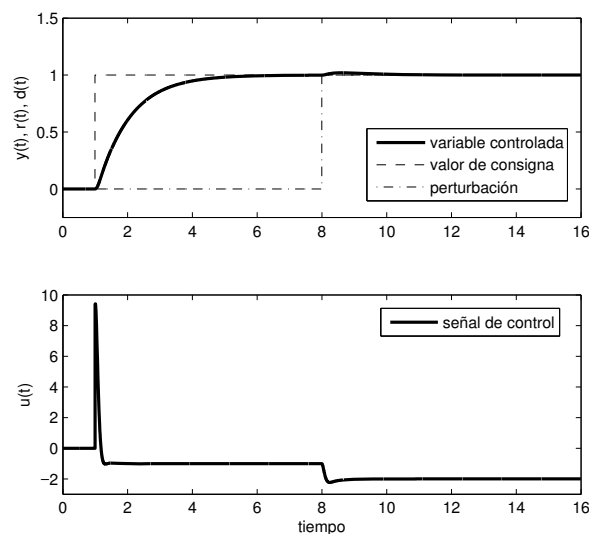


Figura 11. Comportamiento sistema de control, Planta 9

Además, el apoyo de la Universidad de Costa Rica y del MICIT y el CONICIT del Gobierno de la República de Costa Rica es muy apreciado.

#### REFERENCIAS

- Alfaro, V. M., R. Vilanova and O. Arrieta (2008). Analytical Robust Tuning of PI controllers for First-Order-Plus-Dead-Time Processes. In: *13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Hamburg-Germany.
- Araki, M. (1984a). On Two-Degree-of-Freedom PID Control System. Technical report. SICE Research Committee on Modeling and Control Design of Real Systems.
- Araki, M. (1984b). PID Control Systems with Reference Feedforward (PID-FF Control System). In: *Proc. of 23rd SICE Annual Conference*. pp. 31–32.
- Araki, M. (1985). Two-Degree-of-Freedom Control System - I. *Systems and Control* **29**, 649–656.
- Arrieta, O. and R. Vilanova (2007a). Performance degradation analysis of Optimal PID settings and Servo/Regulation tradeoff tuning. In: *Conference on Systems and Control*. Marrakech-Morocco.
- Arrieta, O. and R. Vilanova (2007b). PID Autotuning settings for balanced servo/regulation operation. In: *15th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*. Athens-Greece.
- Arrieta, O. and R. Vilanova (2007c). Servo/Regulation tradeoff tuning of PID controllers with a robustness consideration. In: *46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, Louisiana-USA.
- Åström, K.J. and T. Häggglund (2000). Benchmark systems for PID control. In: *IFAC Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*. Terrassa, España.
- Åström, K.J. and T. Häggglund (2004). Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control* **14**, 635–650.
- Åström, K.J., C. C. Hang, P. Persson and W. K. Ho (1992). Towards Intelligent PID Control. *Automatica* **28**(1), 1–9.
- Åström, K.J., H. Panagopoulos and T. Häggglund (1998). Design of PI controllers based on non-convex optimization. *Automa-*

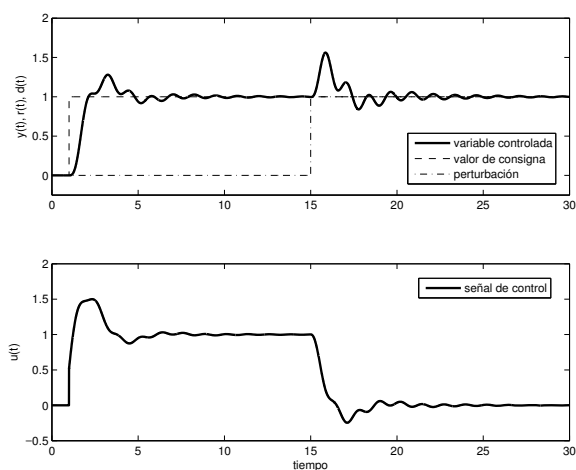


Figura 10. Comportamiento sistema de control, Planta 8

controlado y la fragilidad del controlador ante cambios en sus propios parámetros.

Un diseño de los lazos de control con controladores PID, debe hacerse en forma integral considerando el uso de *controladores PID de dos grados de libertad* con el modo derivativo aplicado solo a la variable controlada, y tomando en cuenta el *desempeño* del sistema en función del *error de regulación*, el *coste*, la *variación* y los *valores extremos* del *esfuerzo de control* ante cambios en el valor de consigna y la perturbación de carga, la *robustez* del lazo de control resultante y la *fragilidad* del controlador.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha recibido apoyo financiero del Proyecto CICYT DPI2007-63356 del Gobierno Español.



- tica* **34**, 585–601.
- Babb, M. (1990). Pneumatic Instruments Gave Birth to Automatic Control. *Control Engineering* **37**(12), 20–22.
- Bennett, S. (2000). The Past of PID Controllers. In: *IFAC Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*. Terrassa, Spain.
- Cohen, G. H. and G. A. Coon (1953). Theoretical considerations of retarded control. *ASME Transactions* **75**, Jul.
- Gorez, R. (2003). New desing relations for 2-DOF PID-like control systems. *Automatica* **39**, 901–908.
- Hägglund, T. and K.J. Åström (2002). Revisiting the Ziegler-Nichols tuning rules for PI control. *Asian Journal of Control* **4**, 354–380.
- Hang, C.C. and L.S. Cao (1996). Improvement of Transient Response by means of variable set point weighting. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* **4**, 477–484.
- Horowitz, I. M. (1963). *Synthesis of Feedback Systems*. Academic Press.
- López, A. M., J. A. Miller, C. L. Smith and P. W. Murrill (1967). Tuning controllers with error-integral criteria. *Instrumentation Technology* **14**, 57–62.
- Martin, J., C. L. Smith and A. B. Corripio (1975). Controller Tuning from Simple Process Models. *Instrumentation Technology* **22**(12), 39–44.
- Montenegro, A. (2007). *Sintonización de controladores PID de dos grados de libertad para lograr un desempeño óptimo balanceado*. Proyecto eléctrico (Bachillerato), Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica.
- Rivera, D. E., M. Morari and S. Skogestad (1986). Internal Model Control. 4. PID Controller Desing. *Ind. Eng. Chem. Des. Dev.* **25**, 252–265.
- Rovira, A., P. W. Murrill and C. L. Smith (1969). Tuning controllers for setpoint changes. *Instrumentation & Control Systems* **42**, 67–69.
- Taguchi, H. and M. Araki (2000). Two-Degree-of-Freedom PID controllers - Their functions and optimal tuning. In: *IFAC Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*. Terrassa, Spain.
- Taguchi, H. and M. Araki (2002). Survey of researches on Two-Degree-of-Freedom PID controllers. In: *TM9-15*.
- Taguchi, H., M. Kokawa and M. Araki (2002). Optimal tuning of two-degree-of-freedom PD controllers. In: *WA7-6*.
- Ziegler, J. G. and N. B. Nichols (1942). Optimum settings for Automatic Controllers. *ASME Transactions* **64**, 759–768.