

Síntesis Genética de Mecanismos para Aplicaciones en Prótesis de Miembro Inferior

E. A. Merchán-Cruz*, E. Lugo-González**, J. Ramírez-Gordillo*,
R.G. Rodríguez-Cañizo*, J. Sandoval-Pineda*, L.H. Hernández-Gómez**

*Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Instituto Politécnico Nacional*

**Unidad Azcapotzalco, Av. de las Granjas #682, Col. Sta. Catarina
México D.F., México, C.P. 02250*

***Unidad Zacatenco, Av. IPN s/n, Col. Lindavista
México D.F., México, C.P. 07140*

e-mail: eamerchan@ipn.mx, elugog@ipn.mx, ramirezgordillo@gmail.com

Resumen: La síntesis de mecanismos planos representa un problema atractivo para ser resuelto mediante técnicas de computación evolutiva, ya que plantea un sistema indeterminado de ecuaciones no lineales cuyo tamaño es directamente dependiente del número de puntos de precisión definidos para describir la trayectoria deseada del acoplador. Este artículo presenta la optimización en el proceso de síntesis de mecanismos basado en algoritmos genéticos (AG) para el caso de un mecanismo plano de seis barras tipo Watt utilizado como base para el diseño de una prótesis policéntrica de rodilla. La trayectoria deseada a ser descrita por el acoplador corresponde a la descrita por la rodilla durante un ciclo normal de marcha. La metodología propuesta ilustra claramente como, por la aplicación de AG's, la trayectoria generada evoluciona de manera natural desde una solución errática hasta una curva que se ajusta suavemente a la trayectoria deseada. Copyright © 2011 CEA.

Palabras Clave: Síntesis de Mecanismos, Algoritmos Genéticos, Computación Evolutiva, Mecanismos Planos, Prótesis, Miembro Inferior.

1. INTRODUCCIÓN

Los Algoritmos Genéticos (AG) son una herramienta de gran utilidad cuando se trata con problemas de optimización donde el espacio de solución es altamente no-lineal y discontinuo, tal como en la síntesis de mecanismos. Un mecanismo puede ser definido como un ensamble de cuerpos rígidos conectados mediante articulaciones que transfieren o transforman el movimiento en la entrada a uno o varios puntos de salida. El diseño de mecanismos, tal como lo describe Varbanov *et al.* (2006), consiste de dos partes: el análisis y la síntesis. De manera general, el análisis de mecanismos se puede realizar mediante técnicas que permiten determinar las posiciones, velocidades y aceleraciones de puntos específicos o cuerpos rígidos dentro de él. Por otro lado, la síntesis se refiere a la determinación de la longitud óptima de los eslabones y su disposición espacial que mejor reproduzca el movimiento deseado del eslabón acoplador.

En el último siglo se han desarrollado una gran variedad de métodos para la síntesis de mecanismos. Estos normalmente se basan en procedimientos gráficos desarrollados, originalmente desarrollado por Freudenstein (1954); o bien en métodos analíticos a partir del trabajo de Denavit & Hartenberg (1964). Otras técnicas incluyen la aplicación de mínimos cuadrados en la síntesis finita de mecanismos espaciales de cuatro barras propuesto en Levitski & Shakvazian (1960), o en el modelado matemático y simulación para la síntesis exacta de mecanismos, como se discute en Mallik *et al.* (1994) y Kuang Tzong-Mou & Cha'o-Kuang (2005).

Sin embargo, aunque estos trabajos han representado grandes aportaciones en el área, su principal limitante es que el número de puntos de precisión que pueden tomarse en cuenta para definir la trayectoria deseada está muy restringido.

Lo anterior se refiere a que cada punto de precisión definido para la trayectoria deseada representa un nuevo conjunto de ecuaciones a ser resuelto. Por ejemplo, la síntesis de un mecanismo de cuatro barras implica un conjunto de 7 restricciones holonómicas que describen la relación cinemática de los eslabones que lo componen; si el diseñador considera 4 puntos de precisión, el problema a resolver consiste en un conjunto de 28 ecuaciones no-lineales con 29 incógnitas, lo que representa un problema no-lineal indeterminado con un número infinito de posibles soluciones.

Con base en lo que se ha discutido hasta este punto, y tomando en consideración que existe una gran variedad de aplicaciones que requieren un número elevado de puntos de precisión para definir de manera más exacta la trayectoria a ser reproducida por el mecanismo, la síntesis de éstos puede ser vista como un problema de optimización multi-objetivo. Para este fin, se han desarrollado diferentes metodologías que comprenden optimización no lineal (Levitski & Shakvazian (1960)), algoritmos genéticos (Roston & Sturges (1996); Michalewicz (1999); Cabrera *et al.* (2002); Laribi *et al.* (2004a); Quintero-R *et al.* (2004)), redes neuronales (Vasilii & Yannou (2001); Starosta (2006); Walczak (2006)), optimización Monte Carlo (Kalnas & Kota (2001)), o el método de desviación controlada (R.-Bulatovic & S. R. Djordjevic (2004)). Todos los métodos anteriores han sido utilizados para la síntesis de mecanismos de

cuatro barras y han servido para determinar las restricciones espaciales que conllevan a la síntesis de mecanismos eslabonados para aplicaciones biomecánicas, específicamente para articulaciones protésicas de rodilla, generando el diseño de elementos basados en arquitecturas de un eje simple de rotación. No obstante, aunque éstas son funcionales en el sentido de que ofrecen al paciente la posibilidad de caminar nuevamente, esta solución requiere de la aplicación de un par desde los músculos de la cadera durante la fase de carga de peso durante el ciclo de la marcha. Esto se debe a que el mecanismo de eje simple de rotación solamente tiene un centro instantáneo de rotación (CIR) que provoca un movimiento poco natural durante la marcha del paciente ya que se le está forzando a caminar manteniendo la rodilla completamente recta cuando la prótesis está en contacto con el suelo.

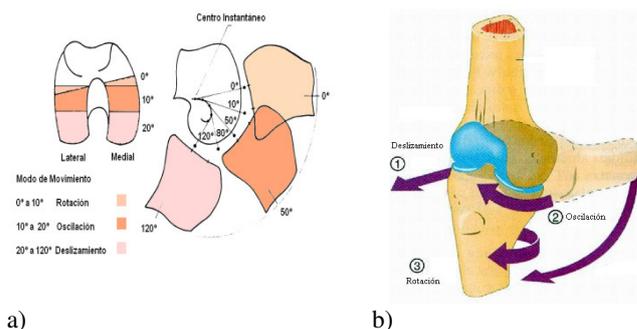
El análisis biomecánico de la rodilla reportado por Gunston *et al.* (1971), demostró que su accionar comprende tres movimientos combinados: rotación, oscilación y traslación; esto se traduce en que el CIR de esta articulación cambia de manera constante. Basado en este análisis, Radcliffe (1977) estableció donde se tiene que localizar el CIR para que un paciente con una amputación transfemoral tenga completo control de la prótesis, permitiéndole llegar al contacto de la rodilla flexionada con el suelo, reproduciendo de esta manera un ciclo de marcha más natural. De esta manera, para la obtención de un mecanismo policéntrico adecuado, Hobson & Torfason (1974); Hobson & Torfason (1975) presentan una técnica para la optimización computarizada para llevar a cabo la síntesis de un mecanismo de rodilla de cuatro barras. Más tarde, Jin *et al.* (2003) después de casi 30 años, extendió el trabajo antes mencionado proponiendo un algoritmo para la optimización de mecanismos de seis barras, ya que la trayectoria que describe el acoplador de éste se ajusta mejor a la deseada del CIR.

El trabajo que se presenta en este artículo extiende la aplicación de optimización heurística presentando una técnica basada en la aplicación de AG para la síntesis de un mecanismo de seis barras tipo Watt I para su uso en articulaciones protésicas de rodilla. Debido a la flexibilidad inherente de los AG, se pueden obtener soluciones personalizadas para adecuarse a la antropometría particular de cada paciente.

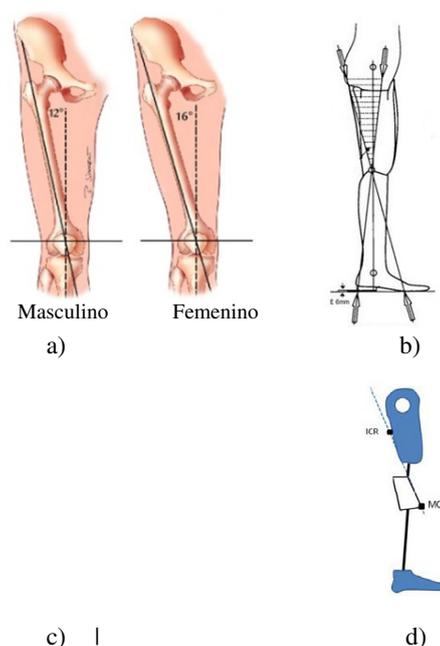
2. ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA

El movimiento que realiza la rodilla humana es más complejo que una simple rotación alrededor de un eje fijo; éste es el resultado de tres movimientos combinados que permiten realizar una marcha controlada. Estos, como se muestra en la figura 1^a y 1^b, son rotación de 0° a 10°, oscilación de 10° a 20° y traslación de 20° a 120°. También es posible observar en las figura 2^a y 2^b que a partir de este análisis biomecánico el CIR cambia su posición con base en la posición de la rodilla.

Adicionalmente, como se establece en Radcliffe (1970); Radcliffe (1977); Radcliffe (1994) y la solución basada en mecanismos de cuatro barras propuesta por Hobson & Torfason (1974); Hobson & Torfason (1975) y Blumentritt & Werner-Scherer (1997), para el caso particular de un dispositivo protésico para pacientes con amputación transfemoral, el CIR de todo el sistema se tiene que desplazar a lo largo de una diagonal definida desde el muslo, de la parte posterior hasta el anterior (figura 2^a y 2^b) para obtener una marcha más natural.



a) b) Figura 1. Descripción del movimiento de la Rodilla Gunston *et al.* (1971); Freya *et al.* (2006)



a) b) c) d) Figura 2. Mecanismos policéntricos para prótesis de rodilla. (a) CIR en una pierna de hombre y una de mujer (b) Línea de carga y área para centros de la rodilla por Radcliffe (1977), (c) CIR localizado en el área de la rodilla (Hobson & Torfason (1974); Hobson & Torfason (1975)) (d) posiciones del CIR requeridos para asegurar estabilidad mecánica (Blumentritt & Werner-Scherer (1997))

Las figuras 2c y 2d ilustran la línea a lo largo de la cual el CIR tiene que moverse para proporcionar control y estabilidad del dispositivo. En ambos casos el centro mecánico de rotación (CMR) que es donde se considera que la rodilla se flexiona, es ilustrado.

De los mecanismos de 4 eslabones existen tres configuraciones para prótesis policéntricas como menciona Radcliffe (1994) en su investigación: mecanismo cuasi-estable, hiper-estabilizado y de control voluntario, en las que el objetivo es lograr la estabilidad a partir de los ángulos del eslabón base y la posición que tendrá el CIR en cada posición. Estas configuraciones también se toman como base para utilizar un mecanismo de 6 eslabones, buscando conseguir la estabilidad requerida por el paciente, ya que son diseñados para transmitir el movimiento al muslo desde el pie durante la acción de ponerse en cuclillas

hasta la fase de oscilación al caminar (Dewen *et al.* (2003), Chakraborty & Path (1994)

Tomando al mecanismo de 6 eslabones como base, este trabajo se enfoca en la síntesis de uno tipo Watt I, que está conformado por dos mecanismos unidos de cuatro barras para crear los CIR en extensión completa que correspondan al eje simple del centro de la rodilla, y posteriormente a la línea de carga que va del tobillo al muslo. Con este arreglo se consigue una estabilidad de la prótesis en la flexión a 10°, ya que el CIR está mejor localizado en la unión simple del eje de la rodilla, donde la persona con amputación podrá tener un mejor control en la extensión y en la flexión voluntaria sobre los rangos críticos de movimiento. En la figura 3 se presenta este mecanismo y se indican las variables de diseño.

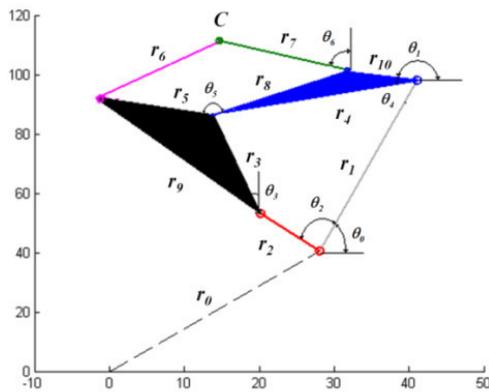


Figura 3. Mecanismo de 6 barras de Watt tipo 1.

Las variables de diseño del mecanismo son las longitudes de los eslabones (r_1 a r_{10}) que formarán la prótesis y que con base en la investigación de Radcliffe (2004) las restricciones para determinarlos considerarán la distancia de la cadera al inicio del mecanismo (400mm), del talón al eslabón base (500mm), la longitud del pie (250 mm) y el centro de la rodilla de (20mm) aproximadamente resaltando que estos valores cambiarán dependiendo de las dimensiones del paciente; los ángulos entre los eslabones en las articulaciones (θ_0 a θ_6) determinados por los ángulos máximos y mínimos de flexión y extensión en la prótesis y el descentramiento (x_0, y_0), que corresponde a la longitud de r_0 . C identifica al acoplador para el cual se especifica la trayectoria deseada (es decir la trayectoria de la Poloide) definiendo los puntos de precisión necesarios. Para este estudio, se utilizan como puntos de precisión los definidos en el estudio reportado por Campos-Padilla (2009) y que corresponden a la investigación de la biomecánica de la trayectoria descrita por la rodilla durante la marcha para el caso de la antropometría mexicana (figura 4).

3. DISEÑO DE LA FUNCIÓN DE APTITUD.

La función de aptitud, representada por C_{Xd}^i , en la ecuación (1) es el conjunto de puntos deseados dados por el diseñador, siendo en este caso los preestablecidos en la trayectoria de la poloide. Estos deben ser parte de la trayectoria que describe el acoplador del mecanismo. C_x^i es el conjunto de posiciones del acoplador del mecanismo deseado, que corresponde a los valores angulares θ_2^i de entrada al mecanismo.

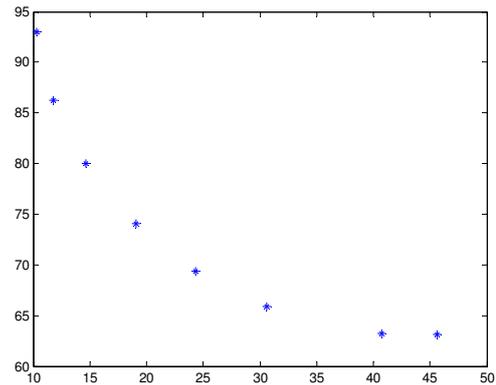


Figura 4. Puntos de precisión definidos para el acoplador C correspondientes al análisis biomecánico de la rodilla durante el ciclo de marcha normal con base en la antropometría Mexicana (Campos-Padilla, 2009)

Autores como Goldberg (1989); Kunjur & Krishnamurty (1997); Cabrera *et al.* (2002); Affi *et al.* (2007); Cabrera *et al.* (2007); Diab & Smaili (2008); Nariman-Zadeh *et al.* (2009) calculan el error de posición (PE) entre el punto de precisión deseado del acoplador (C_d^i) y el punto real de éste (C^i); donde los primeros son función de los componentes de (x_d, y_d) de cada punto de precisión como se indica en la ecuación (1), en tanto que el segundo es resultado de la posición y orientación de los eslabones dado por el valor angular en la entrada del mecanismo, ecuación (2). Finalmente la función de aptitud, expresada en la ecuación (3), computa el error de posición como la suma del cuadrado del error Euclidiano entre la distancia de cada punto de precisión deseado y el correspondiente generado por el mecanismo. Con el propósito de evitar singularidades dentro del espacio de solución la función de aptitud se modifica empleando una función exponencial inversa.

$$C_d^i = [C_{Xd}^i, C_{Yd}^i]^T \tag{1}$$

$$C^i = [C_x(\theta_2^i), C_y(\theta_2^i)]^T \tag{2}$$

$$f = \sum_i^N [(C_{Xd}^i - C_x^i) + (C_{Yd}^i - C_y^i)] \tag{3}$$

Adicional a lo antes mencionado, tal como lo señala Cabrera *et al.* (2007), existen restricciones que deben contemplarse como: las condiciones de Grashof, que permiten una revolución completa de al menos un eslabón, la secuencia de los ángulos de entrada θ_2^i que debe ser ascendente o descendente y el especificar el rango de las variables de diseño máximo y mínimo.

Con base en estas restricciones, la ecuación (3) puede ser reescrita como:

$$f = \min \left(\sum_{i=1}^n (C_{Xd}^i - C_{Xg}^i)^2 + (C_{Yd}^i - C_{Yg}^i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + M_1 h_1 + M_2 h_2 \tag{4}$$

Donde $M_1 h_1$ y $M_2 h_2$ son restricciones en las que M son valores constantes muy grandes, $h1$ representan las condiciones de Grashof y $h2$ la secuencia de ángulos, éstas en conjunto son constantes de penalización con las que se busca recuperar los

individuos que no cumplen con las restricciones iniciales como son las condiciones de Grashof en la función objetivo que se aplicará en el AG como explican Cabrera *et al.* (2002); Laribi *et al.* (2004b).

La figura 5 ilustra de manera general el algoritmo propuesto para la síntesis genética de mecanismos de cadena cerrada. Como se puede apreciar se basa en la arquitectura de un algoritmo genético simple, pero se agregan las restricciones correspondientes a la síntesis dimensional de mecanismos.

Para aplicar los AG en la síntesis de mecanismos es necesario previamente desarrollar el análisis matemático correspondiente, para poder dar las soluciones óptimas con base en las restricciones impuestas. Por lo tanto, el primer paso es determinar las ecuaciones de diseño, considerando las restricciones específicas para los movimientos de los ángulos así como las dimensiones que tendrán los eslabones.

Figura 5. Algoritmo propuesto para la síntesis de mecanismos empleando Algoritmos Genéticos.

Con los AG, después de un determinado número de generaciones y evaluaciones, se obtendrán los mejores resultados para el mecanismo que cubrirá la trayectoria de la Poloide generada por la rodilla humana.

La síntesis se realizará para un mecanismo Watt tipo I, el cual consiste de dos mecanismos de cuatro barras, como se muestra en la figura 6, donde r_1 corresponde al marco o eslabón a tierra, r_2 es el eslabón de entrada, r_3 el acoplador y r_4 el eslabón conducido. Con la finalidad de formar un mecanismo de cuatro barras a partir de los cuatro eslabones, la longitud de cada uno debe ser mayor a cero y la longitud del eslabón más largo debe ser menor a la suma de las longitudes de los tres eslabones restantes. Para verificar el cumplimiento de la trayectoria se toman los conceptos de los mecanismos de Grashof, que son aquellos donde la suma de las longitudes del eslabón más corto y el más largo es menor o igual a la suma de los eslabones restantes (Kunjur & Krishnamurty (1997); Cabrera *et al.* (2002)).

La función a describir por el mecanismo depende de cual eslabón es el más corto. En un mecanismo de cuatro barras la

dirección del eslabón fijo, r_1 , es definido como la dirección de la línea que pasa a través del centro de rotación del eslabón de entrada y el conducido. La trayectoria deseada se representa normalmente por un conjunto de puntos de precisión (xd , yd) a ser trazados por un punto específico del acoplador del mecanismo.

Figura 6 Punto de interés en el acoplador de un mecanismo de cuatro barras.

Análisis de posición para generación de trayectorias. Los números complejos son comúnmente utilizados en la síntesis de mecanismos de cuatro barras, considerando a cada eslabón como un vector que se analiza de forma individual, es decir considerando los componentes x y y como se define en la ecuación (5):

$$r_i = r_i e^{j\theta_i} = r_i \cos\theta_i + jr_i \sin\theta_i \quad (5)$$

Con base en la ecuación que describe la relación cinemática de un mecanismo de cuatro barras puede expresarse como:

$$r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} = r_1 e^{j\theta_1} + r_4 e^{j\theta_4} \quad (6)$$

Desarrollando (6) en su forma Cartesiana, se obtiene un conjunto de ecuaciones simultáneas a partir de los términos real e imaginarios, ecuaciones (7 y 8), en donde los valores no conocidos para los ángulos θ_3 y θ_4 pueden obtenerse.

$$R: r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 = r_1 \cos\theta_1 + r_4 \cos\theta_4 \quad (7)$$

$$I: jr_2 \sin\theta_2 + jr_3 \sin\theta_3 = jr_1 \sin\theta_1 + jr_4 \sin\theta_4 \quad (8)$$

Estas ecuaciones tienen que normalizarse para reducir su complejidad; las variables K_1 , K_2 y K_3 se utilizan para representar las longitudes de los eslabones. Reescribiendo las ecuaciones (7) y (8) se obtiene la ecuación de Freudenstein:

$$K_1 \cos\theta_4 - K_2 \cos\theta_2 + K_3 = \cos(\theta_2 - \theta_4) \quad (9)$$

Con el propósito de reducir y poder evaluar esta ecuación, se emplean identidades trigonométricas, definiendo las siguientes constantes:

$$A = \cos\theta_2 - K_1 - K_2 \cos\theta_2 + K_3 \quad (10)$$

$$B = -2 \sin\theta_2 \quad (11)$$

$$C = K_1 - (K_2 + 1) \cos\theta_2 + K_3 \quad (12)$$

$$b_1 \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + b_2 \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + b_3 = 0 \quad (13)$$

Empleando la ecuación cuadrática para obtener los valores de los ángulos se tiene:

$$\theta_{41,2} = 2\arctan \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (14)$$

Como puede observarse, esta ecuación tiene soluciones que pueden ser real igual, real diferentes, o complejo conjugadas Moreno-Pérez (2006). Si las soluciones complejas son conjugadas, las longitudes obtenidas para los eslabones se refieren a eslabones no conectados, no formando entonces una cadena cinemática cerrada para ese valor particular de θ_2 . El procedimiento para obtener la variable θ_3 es muy similar al de θ_4 y parte del despeje de la incógnita en las ecuaciones 7 y 8.

4. CASO DE ESTUDIO.

Partiendo de tener los valores de los ángulos variables, y de considerar un mecanismo de seis barras además de una trayectoria deseada para el acoplador, definido en la unión de r_6 y r_7 , que se especificó en la figura 4; las ecuaciones que se obtienen a partir del método de Freudenstain son:

$$F_1 = (x_d - x_0 - r_2 \cos(\theta_2 + \theta_0))^2 + (y_d - y_0 - r_2 \sin(\theta_2 + \theta_0))^2 - r_3^2 \quad (15)$$

$$F_2 = (r_2 \cos(\theta_2 + \theta_0) + r_3 \cos(\theta_3 + \theta_0) + r_1 \cos(\theta_0))^2 + (r_2 \sin(\theta_2 + \theta_0) + r_3 \sin(\theta_3 + \theta_0) + r_1 \sin(\theta_0))^2 + r_4^2 \quad (16)$$

$$F_3 = (x_d - r_3 \cos(\theta_3 + \theta_0) - r_5 \cos(\theta_4))^2 + (y_d - r_3 \sin(\theta_3 + \theta_0) - r_5 \sin(\theta_4))^2 - r_6^2 \quad (17)$$

$$F_4 = (r_5 \cos(\theta_4) + r_6 \cos(0) - r_8 \cos(\theta_5 * \theta_f))^2 + (r_5 \sin(\theta_4) + r_6 \sin(0) - r_8 \sin(\theta_5 * \theta_f))^2 - r_7^2 \quad (18)$$

$$F_5 = (r_2 \cos(\theta_2 + \theta_0) + r_6 \cos(2\theta_3 + \theta_0) + r_6 \cos(0) - r_7 \cos(\theta_f - \theta_2) - r_1 \cos \theta_0)^2 + (r_2 \sin(\theta_2 + \theta_0) + r_6 \sin(2\theta_3 + \theta_0) + r_6 \sin(0) - r_7 \sin(\theta_f - \theta_2) - r_1 \sin \theta_0)^2 - r_{10}^2 \quad (19)$$

En donde las F representan la función a evaluar por los AG para determinar el mejor valor para cada una de las incógnitas, como son los valores de todos los ángulos y eslabones descritos en dichas ecuaciones. Para cada punto de precisión se hace este cálculo y posteriormente se evalúan con la ecuación (20):

$$Fop = \sqrt{\frac{F1 + F2 + F3 + F4 + F5 + F6}{6}} \quad (20)$$

Obteniéndose así en la última evaluación los valores óptimos para cada incógnita. Por otro lado se emplea la notación compleja para describir las relaciones cinemáticas entre los componentes de mecanismo obtenidos por los AG, éste se describe como:

$$R_0 = r_0 e^{it} \quad (21)$$

$$R_1 = R_0 + r_1 e^{i\theta_0} \quad (22)$$

$$R_2 = R_0 + r_2 e^{i(\theta_2 + \theta_0)} \quad (23)$$

$$R_3 = R_2 + r_3 e^{i(\theta_3 + \theta_0)} \quad (24)$$

$$R_4 = R_1 + r_4 e^{i(\theta_4 + \theta_0)} \quad (25)$$

$$R_5 = R_3 + r_5 e^{i(\theta_4)} \quad (26)$$

$$R_6 = R_5 + r_6 e^{i(\theta_0)} \quad (27)$$

$$R_7 = R_6 + r_7 e^{i(\theta_f - \theta_2)} \quad (28)$$

$$R_8 = R_7 + r_8 e^{i(\theta_5 - \theta_f)} \quad (29)$$

$$R_9 = R_2 + r_9 e^{i(2\theta_3 + \theta_0)} \quad (30)$$

$$R_{10} = R_1 + r_{10} e^{i(2\theta_3 + \theta_7)} \quad (31)$$

Para iniciar la optimización con los AG se deben definir los puntos de precisión que definen la trayectoria deseada, los cuales son:

$$X_d = [10.32 \ 10.59 \ 11.82 \ 14.69 \ 19.06 \ 24.35 \ 30.61 \ 40.73 \ 45.63]$$

$$Y_d = [92.98 \ 91.17 \ 86.30 \ 79.96 \ 74.04 \ 69.38 \ 65.85 \ 63.24 \ 63.09]$$

Y las restricciones para las longitudes de cada eslabón son:

$$r1, r2, r3, r4, r5, r6, r7, r8 \in [0, 60] \text{ mm}$$

$$x0, y0 \in [-50, 50] \text{ mm}; r9 \in [0, 100] \text{ mm}$$

$$r10 \in [0, 50] \text{ mm}$$

La restricción angular se establece en un rango de 0° a 180°

Los parámetros operacionales para el Algoritmo Genético se establecen como:

Población Inicial: 900 individuos.

Probabilidad de Cruce: 0.85.

Probabilidad de Mutación: 0.58.

Dígitos de Precisión: 10

Número máximo de Generaciones: 1000

La figura 7 muestra el mecanismo que se obtiene después de 965 generaciones una vez que las condiciones de paro para el algoritmo han sido satisfechas. En la figura 8 se ilustran diferentes vistas correspondientes al diseño conceptual del mecanismo obtenido utilizado como base para una prótesis policéntrica de rodilla.

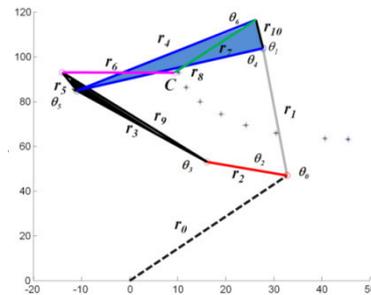


Figura 7. Mecanismo obtenido mediante la síntesis con AG.

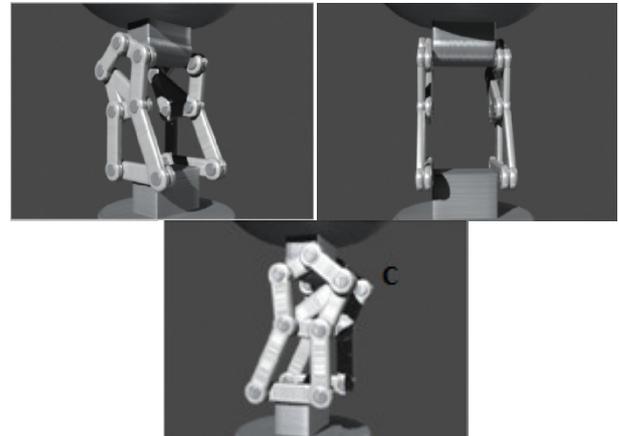


Figura 8. Diseño conceptual del mecanismo como base de una prótesis policéntrica de rodilla.

El diseño de este mecanismo fue realizado para un control hiper-estabilizado, es decir para pacientes con poca actividad física.

La figura 9 presenta una progresión de la evolución de la trayectoria trazada por el mecanismo sintetizado a través de las generaciones del AG. En rosa se aprecia la trayectoria deseada y en segmentos de colores la trayectoria descrita por el mecanismo sintetizado en una generación dada, comenzando por la trayectoria descrita en la generación 1 y terminando en la generación 965.



Figura 9. Evolución natural de la trayectoria descrita por el mecanismo sintetizado genéticamente.

Como se puede apreciar, los valores obtenidos mediante la aplicación de los Algoritmos Genéticos para la síntesis del mecanismo de seis barras son muy similares a los que se obtienen empleando las otras técnicas. Pero la ventaja principal del método propuesto es que no es necesario el realizar una estimación inicial en los valores de las variables a encontrar, como se requiere en los otros dos métodos. Si la estimación inicial no es afortunada estos métodos no convergerán o la solución obtenida corresponderá a una solución compleja imaginaria que no pertenece a una cadena cinemática cerrada.

Tabla 1. Comparación de resultados mediante diferentes métodos para la síntesis de mecanismos

Variables	AG	Números Complejos	Newton Raphson
$x0$	46.87842	46.87842	46.87850
$y0$	43.74934	43.74934	43.74950
$r1$	59.75323	59.75323	59.75349
$r2$	21.56174	21.56174	21.56183
$r3$	29.06114	29.06114	29.06133
$r4$	43.23826	43.23826	43.23854
$r5$	28.59206	28.59206	28.59388
$r6$	23.44443	23.44443	23.46078
$r7$	55.50118	55.50118	55.50142
$r8$	52.84068	52.84068	52.84101
$r9$	22.60396	22.60396	22.60406
$r10$	42.16918	42.16918	42.16937
$t0$	1.83157	1.83157	1.83156
$t2$	0.78530	0.78530	0.78530
Tf	5.42880	5.42880	5.42879
$t5$	0.03248	0.03248	0.03248
$t6$	2.95401	2.95401	-0.02867
$t7$	5.62482	5.62482	-0.88664
$t3$	0.79126	0.79126	-1.27425
$t4$	2.16137	2.16137	1.53131

5. CONCLUSIONES

Este trabajo ha demostrado la factibilidad en la aplicación de un método para la síntesis de mecanismos de cadena cinemática cerrada de seis eslabones basado en Algoritmos Genéticos, dando lugar a la Síntesis Genética de estos. El caso de estudio presentado prueba la potencialidad de esta herramienta en el área de diseño de prótesis policéntricas de miembro inferior basadas en mecanismos de seis barras. Los resultados indican que, definiendo 9 puntos de precisión es posible obtener un mecanismo que describe una trayectoria suave sobre estos.

Asimismo, se ilustra por primera vez la evolución natural de una solución inherente a la aplicación de una herramienta evolutiva en problemas de síntesis de mecanismos de una manera clara, permitiendo una apreciación completa de cómo un algoritmo genético mejora la solución al paso de las generaciones. Finalmente, este trabajo extiende los alcances de investigaciones previas reportadas en la literatura, aplicando la síntesis genética de mecanismos a un mecanismo de seis barras aplicado a la solución de un problema biomecánico real.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores de este trabajo desean agradecer al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo recibido para la realización de la investigación que aquí se presenta mediante el proyecto SIP 20100609 y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, proyecto 2005-49701/25232.

REFERENCIAS

- Affi, Z., B. EL-Kribi, et al. (2007). "Advanced mechatronic design using a multi-objective genetic algorithm optimization of a motor-driven four-bar system " *Mechatronics* **17**: 489-500.
- Blumentritt, S. and H. Werner-Scherer (1997). Design principles, biomechanical data and clinical experience with a polycentric knee offering controlled stance phase knee flexión. A preliminary report Washington D.C.
- Cabrera, J. A., F. Nadal, et al. (2007). "Multiobjective constrained optimal synthesis of planar mechanisms using a new evolutionary algorithm." *Mechanism and machine theory* **42**: 791-806.
- Cabrera, J. A., A. Simón, et al. (2002). "Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms." *Mechanism and machine theory* **37** No**10**: 1165-1177
- Campos-Padilla, I. Y. (2009). Diseño de un mecanismo policéntrico para prótesis de rodilla. Mechanical Engineering Dept. México, Instituto Politécnico Nacional. **M. Sc.:** 108.
- Denavit, J. and R. S. Hartenberg (1964). *Kinematic Synthesis of Linkages*. USA, Mc. Graw Hill.
- Diab, N. and A. Smali (2008). "Optimum exact/approximate point synthesis of planar mechanisms." *Mechanism and Machine Theory* **43**: 1610-1624.
- Freudenstein, F. (1954). "An analytical approach to the design of four link mechanism." *Transactions of the ASME* **76**: 483-492.
- Freya, M., R. Rienner, et al. (2006). "Elastic properties of an intact and ACL-ruptured knee joint: Measurement, mathematical modelling, and haptic rendering." *Journal of biomechanics* **39**: 1371-1382.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. USA, Addison - Wesley.
- Gunston, F.-H., Winnipeg., et al. (1971). "Polycentric Knee Arthroplasty. Prosthetic Simulation of Normal Knee Movement." *The Journal of Bone and Joint Surgery* **53 B**: 272 - 277.
- Hobson, D. A. and L. E. Torfason (1974). "optimization of four-bar knee mechanisms-a computerized approach." *Journal of Biomechanics* **7**(4): 371-376.
- Hobson, D. A. and L. E. Torfason (1975). "Computer optimization of polycentric prosthetic knee mechanisms." *Bulletin of Prosthetic Research* **10**(23): 187-201.
- Jin, D., R. Zhang, et al. (2003). "Kinematic and dynamic performance of prosthetic knee joint using six-bar mechanism." *Journal of Rehabilitation Research and Development* **40**(1): 39-48.
- Kalnas, R. and S. Kota (2001). "Incorporating Uncertainty into Mechanism Synthesis." *Mechanism and machine theory (Mech. mach. theory)* **36** No**3**: 843-851.
- Kunjur, A. and S. Krishnamurty (1997). "Genetic Algorithms in Mechanism Synthesis." *Journal of Applied Mechanisms and Robotics* **4** No. **2**: 18-24.
- Laribi, M. A., A. Mlika, et al. (2004). "A combined genetic algorithm-fuzzy logic method (GA-FL) in mechanisms synthesis." *Mechanism and Machine Theory*. **39**: 717-735.
- Levitski, N. L. and K. K. Shakhvazian (1960). "Synthesis of four-element spatial mechanisms with lower pairs." *International Journal of Mechanical Sciences* **2**: 76-92.
- Mallik, A. K., A. Ghosh, et al. (1994). "Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms" CRC-Press; 1 edition: 688.
- Michalewicz, Z. (1999). *Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs*. Nueva York, Springer.
- Moreno-Pérez, R. (2006). *Análisis de Mecanismos y Problemas Resueltos*. México, Alfaomega.
- Nariman-Zadeh, N., M. Felezi, et al. (2009). "Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation." *Mechanism and Machine Theory* **44**: 180-191.
- Quintero-R, H., G. Calle-Trujillo, et al. (2004). "Síntesis de generación de trayectorias y de movimiento para múltiples posiciones en mecanismos, utilizando algoritmos genéticos." *Scientia et Technica* **10** No. **25**.
- R.-Bulatovic, R. and S. R. Djordjevic (2004). "Optimal Synthesis of a Four-Bar Linkage by Method of Controlled Deviation." The first international conference on computational mechanics (CM'04) **31**,No**3-4**: 265-280.
- Radcliffe, C. (1977). The Knud Jansen lecture: above-knee mechanisms: kinematics, alignment and prescription criteria. University of California, Berkeley. D. o. M. Engineering. U.S.A., *Prosthetic and orthotic practice*: 1:3:146-60.
- Radcliffe, C. (1994). "Four-bar linkage knee mechanism: kinematics, alignment and prescription criteria." *Prosthetic and Orthotics International*: 18:159-73.
- Radcliffe, C. W. (1970). "Prosthetic-knee mechanism for above-knee amputees In: Murdoch " G. (ED), *Prosthetic and orthotic practice*: 225-49.
- Roston, G. P. and R. H. Sturges (1996). "Genetic Algorithm Synthesis of Four-bar Mechanisms." *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing* **10**: 371-390.
- Starosta, R. (2006). "On some application of genetic algorithm in mechanism synthesis." Annual Meeting of GAMM, *Book of Abstracts* **77**.
- Tzong-Mou, W. and C. Cha'o-Kuang (2005). "Mathematical model and its simulation of exactly mechanism synthesis with adjustable link. ." *Applied Mathematics and Computation* **160**: 309-316.
- Varbanov, H., T. Yankova, et al. (2006). "S&A-Expert system for planar mechanism design." *Expert Systems with Applications* **31**: 558-569.
- Vasiliiu, A. and B. Yannou (2001). "Dimensional Synthesis of planar Mechanism Using Neural Network: Application to path generator linkages." *Mechanism and machine theory (Mech. mach. theory)* **36** No. **2**: 229-310.
- Walczak, T. (2006). Mechanism synthesis with the use of neural network. Annual Meeting of GAMM, *Book of Abstracts*. Berlin. **77**.