

## Sistemas de Control basados en Reset

Antonio Barreiro<sup>a,\*</sup>, Alfonso Baños<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Escuela de Ingeniería Industrial, Universidad de Vigo, Campus de Lagoas-Marcosende, 36310 Vigo, España

<sup>b</sup>Facultad de Informática, Universidad de Murcia, Campus de Espinardo, 30071 Murcia, España

### Resumen

Un sistema de control basado en reset consta de un controlador lineal al que se ha incorporado un mecanismo de reseteo o reinicio a cero del estado. La puesta a cero del estado del controlador (o de alguna de sus coordenadas) se aplica sólo cuando se cumple cierta condición. La condición que activa o dispara el reseteo es normalmente el cruce por cero del error de seguimiento. La idea de control reseteado es antigua, se remonta al controlador de J.C. Clegg de 1958 y fue refundada en la década de los 70 por I. Horowitz, quien hizo hincapié en la capacidad de los sistemas reseteados para superar las limitaciones fundamentales que afectan a sistemas lineales con retardos o con polos o ceros en el semiplano derecho. Abandonada temporalmente, la idea fue retomada en la última década, recibiendo un nuevo impulso por parte de diferentes grupos de investigación que aportan avances en el análisis, diseño y aplicación experimental de sistemas reseteados. Este interés se enmarca en el resurgimiento actual de los sistemas híbridos: un sistema reseteado puede interpretarse como un caso particular de sistema híbrido que, a pesar de su simplicidad, permite aliviar las limitaciones fundamentales lineales. El objetivo de este trabajo es exponer, en forma de tutorial, el panorama actual en este campo. Primero se presenta una reseña histórica sobre las tres principales escuelas: la clásica, que condiciona el reseteo al cruce por cero del error; la ligada a sistemas impulsivos, donde el reseteo es de base temporal; y la enmarcada en sistemas híbridos, que usa una condición sectorial. A continuación se presenta un resumen de resultados sobre análisis (relación con limitaciones fundamentales, estabilidad) para concluir con una serie de propuestas de diseño orientadas al compensador reseteado PI+CI. Copyright © 2012 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

**Palabras Clave:** control basado en reset, sistemas impulsivos, sistemas híbridos, limitaciones fundamentales, integrador reseteado o integrador de Clegg (CI), controlador PI+CI, sistema reseteado de primer orden (FORE).

### 1. Introducción

La primera aplicación reconocida del concepto de control basado en reset es el integrador de Clegg (CI) o integrador reseteado (Clegg, 1958). El CI consiste en un integrador cuyo estado se reinicia a cero cada vez que la entrada cruza por cero.

Esta idea fue retomada en la década de los 70 por Krishnan y Horowitz (1974), quienes resaltaron que, debido a sus características frecuenciales ( $-20$  dB/dec con unos  $-38^\circ$ ), el CI podría conseguir prestaciones inalcanzables por controladores lineales, sobre todo con plantas sometidas a limitaciones fundamentales. En Horowitz y Rosenbaum (1975) se propuso el controlador reseteado de primer orden (FORE).

Abandonada temporalmente, la técnica de reset control fue recuperada a principios de la pasada década en (Beker, 2001) por el grupo de Y. Chait, que planteó controladores reseteados

de orden  $n$  y aportó diferentes resultados formales sobre estabilidad, como la condición  $H_\beta$  (Beker et al., 2004).

Desde entonces, el control basado en reset está recibiendo nuevos impulsos por parte de diferentes grupos de investigación que contribuyen con avances en el análisis, diseño y aplicación experimental de sistemas reseteados. Algunos trabajos se formalizan en un marco de sistemas híbridos, con una condición sectorial para el reseteo (Aangenent et al., 2009), (Nešić et al., 2008), (Loquen et al., 2008).

Otro grupo de trabajos utilizan un reseteo de base temporal, aplicado en tiempos prefijados (Zheng et al., 2007), lo que los aproxima más al campo matemático de los sistemas impulsivos (Bainov y Simeonov, 1989).

Siguiendo la escuela clásica de reseteo basado en cruce por cero, en la actualidad se están presentando nuevos resultados y propuestas sobre diferentes aspectos del control reseteado, ver el libro (Baños y Barreiro, 2012). Los aspectos abordados incluyen: estabilidad de sistemas reseteados con retardos; aplicaciones experimentales en procesos térmico-solares y en sistemas de teleoperación; nuevos controladores (PI+CI); y gener-

\* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: [abarreiro@uvigo.es](mailto:abarreiro@uvigo.es) (Antonio Barreiro), [abanos@um.es](mailto:abanos@um.es) (Alfonso Baños)

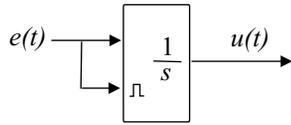


Figura 1: Integrador de Clegg (CI)

alizaciones conceptuales como reset con banda y con porcentaje variable de reseteo.

El objetivo de este artículo es exponer, en forma *tutorial*, el panorama actual en este campo. Para ello, el artículo se organiza como sigue. En la Sección 2 se aporta una reseña histórica sobre las tres principales escuelas: la clásica, basada en el cruce por cero del error; la ligada a sistemas impulsivos, con reseteo de base temporal; y la enmarcada en sistemas híbridos, que usa una condición sectorial. La reseña se completa con una referencia a las nuevas estrategias actuales de reseteo.

A continuación, en la Sección 3, se presenta un resumen de resultados sobre análisis, centrado en el enfoque clásico. El resumen incluye una introducción a los conceptos básicos, una justificación de la utilidad del reseteo en el contexto de limitaciones fundamentales y un compendio de resultados sobre estabilidad.

El tutorial se completa en la Sección 4 con la presentación del controlador PI+CI y una serie de propuestas de diseño y estrategias de mejora, como la de reseteo con banda.

**2. Reseña histórica**

*2.1. Enfoque clásico y reseteo basado en cruce por cero*

Como se ha comentado antes, la primera propuesta de control reseteado es el integrador de Clegg (CI) (Clegg, 1958). La figura 1 representa dicho integrador, que se puede conseguir en el entorno Simulink habilitando una entrada de reset externo. La dinámica del CI es:

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = e(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ u(t^+) = 0 & \text{si } e(t) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

La primera ecuación representa el *modo continuo* (la acción integral) y la segunda ecuación el *modo discreto* o reseteo, que se dispara en los cruces por cero de la entrada,  $e(t) = 0$ , y provoca un reinicio a cero  $u(t^+) = 0$  y la consiguiente discontinuidad de salto,  $u(t^+) \neq u(t^-)$ .

En la figura 2 puede verse la respuesta frente a una entrada senoidal: la salida integra por separado los semiciclos positivos y negativos. Mediante un análisis de función descriptiva se llega a que el CI aporta  $-20$  dB/dec (igual que un integrador normal) pero con una fase de solo unos  $-38^\circ$  (en lugar de los  $-90^\circ$ ). Esta propiedad es muy favorable para conseguir ancho de banda (rapidez) y margen de fase (robustez) sin someterse al grado de compromiso (trade-off) que se sufre bajo las limitaciones fundamentales lineales.

Este objetivo de superación de las limitaciones fundamentales lineales fue el que alentó los trabajos de I. Horowitz en los

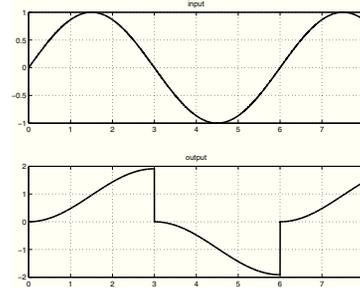


Figura 2: Respuesta sinusoidal del CI

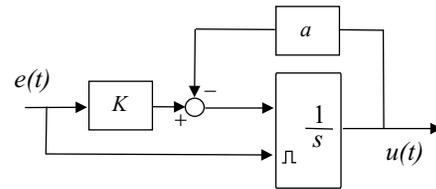


Figura 3: Elemento reseteado de primer orden (FORE)

70. En el primer trabajo (Krishnan y Horowitz, 1974) se estudian a fondo las propiedades del CI y su utilidad como elemento de control. En el segundo trabajo (Horowitz y Rosenbaum, 1975) se propone una generalización, el *elemento reseteado de primer orden* (FORE), descrito por:

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = Ke(t) - au(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ u(t^+) = 0 & \text{si } e(t) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

La figura 3 representa el FORE, que contiene al CI como caso particular (para  $K = 1, a = 0$ ). En el modo continuo, el FORE tiene como función de transferencia  $C(s) = K/(s + a)$ , que se conoce también como *sistema base lineal*.

La figura 4 muestra una posible estructura para un sistema de control basado en reset, con un bloque lineal  $P(s)$  y un bloque reseteado (representado como un rectángulo deformado), de sistema base lineal  $C(s)$ . Horowitz propuso una estrategia de diseño del FORE en dos pasos (Chait and Holot, 2002):

- Partiendo de la planta  $G(s)$ , diseñar un controlador  $R(s)$  que consiga objetivos de ancho de banda y rapidez de respuesta, aunque tenga un pobre margen de fase o excesiva sobreoscilación.
- Insertar en el lazo abierto  $R(s)G(s)$  una pareja polo-cero, reagrupar en la forma  $[1/(s + a)][(s + a)R(s)G(s)]$ , que se renombra  $[C(s)][P(s)]$ , y resetear el primer factor, es decir, convertirlo en FORE.

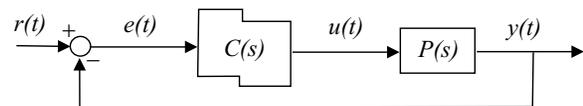


Figura 4: Lazo con bloque lineal  $P(s)$  y bloque reseteado de base  $C(s)$

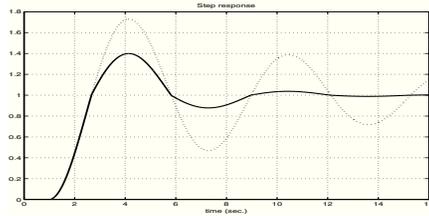


Figura 5: Respuesta a escalón de sistema lineal y reseteado

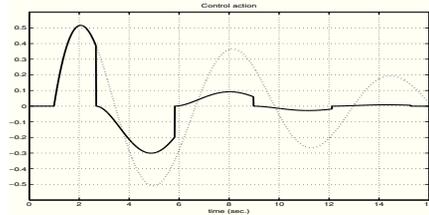


Figura 6: Actuación de sistema lineal y reseteado

El efecto final es que se mantiene la rapidez de respuesta del primer paso, pero se mejora la robustez, reduciendo la sobreesoscilación. Para mostrarlo con un ejemplo sencillo, consideremos  $G(s) = 1/(s(s + 0,2))$ . Se puede ver que  $R(s) = 1$  consigue una respuesta rápida (tiempo de subida en torno a 1s) pero muy sobreesoscilante ( $M_p \approx 70\%$ ). En un segundo paso, tanteamos la raíz  $-a$  de la pareja polo-cero. El valor  $-a = -1$  es satisfactorio. El lazo resultante es como en la figura 4, con  $P(s) = (s + 1) \cdot 1/(s(s + 0,2))$  y con un FORE de base lineal  $C(s) = 1/(s + 1)$  (como en figura 3 con  $K = a = 1$ ).

La respuesta a escalón de este sistema se puede ver en la figura 5 y la señal de actuación en la figura 6. Como se puede comprobar, hay una reducción notable de sobreesoscilación ( $M_p \approx 40\%$ ), pero sin sacrificar la rapidez, ya que se mantiene el tiempo de subida de  $\approx 1s$ . La figura 6 muestra la señal de actuación y sus discontinuidades, originadas en los instantes de reset  $t_k$ , dados por  $e(t_k) = 0$ .

Este sencillo ejemplo permite intuir las posibilidades de la técnica para conseguir prestaciones inalcanzables con controladores lineales, especialmente en el caso de plantas sometidas a limitaciones fundamentales. A pesar de estas ventajas, las propuestas de Horowitz fueron olvidadas temporalmente hasta que se retomaron hace una década por el equipo de Y. Chait, que aportó nuevos avances teóricos y aplicaciones prácticas.

Entre las nuevas aportaciones, se pueden destacar la generalización del FORE a un sistema de orden arbitrario y el criterio de estabilidad conocido como *condición  $H_\beta$* . El controlador reseteado de orden arbitrario  $n_c$  es dado por (Beker, 2001):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) &= A_c \mathbf{x}(t) + B_c e(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ \mathbf{x}_c(t^+) &= A_p \mathbf{x}_c(t) & \text{si } e(t) = 0 \\ u(t) &= C_c \mathbf{x}_c(t) + D_c e(t). \end{cases} \quad (3)$$

Las ecuaciones primera y tercera definen el llamado modo continuo, de base lineal  $C(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c + D_c$ ; y la segunda ecuación define la acción de reseteo, activada en el cruce

por cero del error y que, para

$$A_\rho = \text{diag}(\underbrace{1, \dots, 1}_{n_1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{n_2}). \quad (4)$$

provoca el reseteo de los  $n_2$  últimos estados (se suelen reordenar de esta manera) mientras que los  $n_1 = n_c - n_2$  primeros se mantienen inalterados. En el caso de que  $n_2 = n_c$  y  $n_1 = 0$  el reseteo se llama *completo*, y en caso de que  $0 < n_2 < n_c$  se tiene reseteo *parcial*. Si  $n_2 = 0$ ,  $n_1 = n_c$  el controlador es lineal.

Ahora, si se considera un sistema de control como en la figura 4 con el controlador reseteado descrito por (3), incorporando el modelo de estado de la planta  $P(s)$ , y considerando entradas externas nulas,  $r(t) = 0$ , se llega a unas ecuaciones de lazo cerrado:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A \mathbf{x}(t) & \text{si } \mathbf{x}(t) \notin \mathcal{M} \\ \mathbf{x}(t^+) &= A_R \mathbf{x}(t) & \text{si } \mathbf{x}(t) \in \mathcal{M} \end{cases} \quad (5)$$

donde  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_p^T, \mathbf{x}_c^T)^T$  es el estado total, agregado de los estados de planta y controlador, la matriz  $A$  del modo continuo depende de las matrices de planta y controlador, y la matriz de reseteo  $A_R$  tiene la misma estructura que (4), con  $n_2$  ceros al final. La variedad  $\mathcal{M}$ , conocida como *variedad de reseteo*, debe representar la condición  $e(t) = -y(t) = 0$  y, si la salida es  $y = C_p \mathbf{x}_p$ , tiene en principio la estructura

$$\mathcal{M} = \{ \mathbf{x} : (C_p, 0)(\mathbf{x}_p^T, \mathbf{x}_c^T)^T =: C \mathbf{x} = 0 \}$$

es decir, la condición de cruce por cero del error  $e(t)$  se traduce en el cruce del estado por el hiperplano  $\mathcal{M}$ . Para evitar la anomalía conocida como *re-reseteo* (un reseteo múltiple o repetido),  $\mathcal{M}$  se debe modificar ligeramente (Beker et al., 2004). Una de las aportaciones más importantes de los trabajos del grupo de Chait es la condición  $H_\beta$ . En realidad, los estudios previos de Horowitz adolecían de la falta de una aproximación rigurosa al problema de estabilidad. En (Beker et al., 2004) este problema se ataca postulando una función de Lyapunov  $V(\mathbf{x})$ , normalmente cuadrática,  $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}$ , y forzando que

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right)^T A \mathbf{x} < 0, \quad \mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \quad (6)$$

$$\Delta V(\mathbf{x}) = V(A_R \mathbf{x}) - V(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \mathbf{x} \in \mathcal{M}. \quad (7)$$

Como se ve, la condición de estabilidad consiste en la condición habitual (6) para el modo continuo, a la que se añade en (7) la restricción de que  $V$  no crezca en los reseteos.

Estos requisitos pueden parecer demasiado restrictivos y de hecho se pueden encontrar sistemas para los cuales  $V$  decrece sólo en el modo continuo pero no en los reseteos (o viceversa) y son estables, sin cumplir por tanto (6) y (7) al mismo tiempo.

Sin embargo, en muchos casos prácticos, en particular en los que proceden de aplicar el método de diseño de Horowitz arriba citado, el lazo cerrado base se diseña para una respuesta subamortiguada *pero estable* y en ellos se cumple (6) y (7) al tiempo, con lo que resulta una condición simple y útil en la práctica. Además la aplicación de la condición en el caso cuadrático ( $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}$ ) se puede reducir (Beker et al., 2004) a un simple test frecuencial de positividad (condición  $H_\beta$ ).

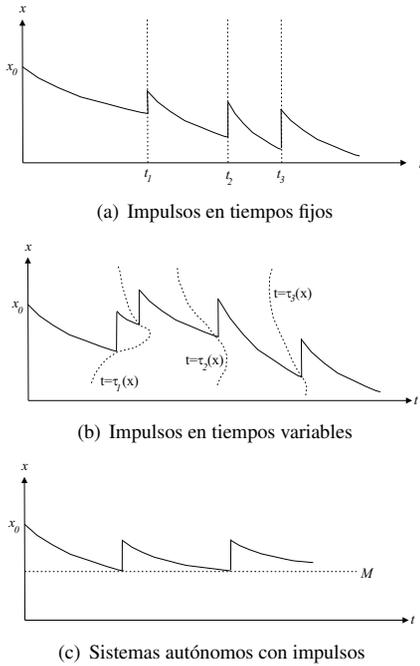


Figura 7: Clasificación en Lakshmikantham et. al. (1989)

Estos trabajos de Chait y colaboradores pueden considerarse los primeros resultados rigurosos que permiten garantizar la estabilidad de sistemas de control reseteados, abriendo el paso a numerosos estudios y avances posteriores.

2.2. *Reseteo basado en el tiempo y sistemas impulsivos*

El término 'sistemas impulsivos' se usa en diferentes áreas de matemática aplicada y de teoría de sistemas dinámicos para referirse a un importante cuerpo de resultados dentro de los cuales podría incluirse el control basado en reset, como un caso particular, en un contexto y con unos objetivos particulares. Para clarificar los distintos planteamientos, puede recuperarse la clasificación en (Lakshmikantham et. al., 1989), según ella, los sistemas impulsivos pueden ser:

(i) *Sistemas con impulsos en tiempos fijos*. Cuando se establece de antemano un conjunto de instantes de tiempo  $t = t_1, t_2, \dots$  en los que se aplican las acciones de reseteo. Su trayectoria típica se muestra en la figura 7(a).

(ii) *Sistemas con impulsos en tiempos variables*. En estos sistemas, como indica la figura 7(b), los reseteos se aplican cuando  $t = \tau_k(\mathbf{x})$  para ciertas funciones  $\tau_k$  del estado, o, dicho de otra manera, los reseteos ocurren en subconjuntos arbitrarios del espacio producto tiempo  $\times$  estado.

(iii) *Sistemas autónomos con impulsos*. Son aquellos en los que el reseteo se dispara por impacto del estado  $\mathbf{x}(t)$  sobre una cierta variedad  $M$  del espacio de estados, es decir, cuando  $\mathbf{x} \in M$ , como se ve en la figura 7(c).

Según esta clasificación, los sistemas (2.4) de control reseteado deben incluirse en la clase (iii). En general, en la literatura, suele asociarse el término *impulsivo* a sistemas de las

clases (i) o (ii). No obstante, en última instancia, es una decisión de los autores, y la regla anterior tiene excepciones: los sistemas estudiados en (Haddad et. al., 2006) son del tipo (iii) pero los autores los califican de 'impulsivos'; y las aplicaciones desarrolladas en Zheng et.al. (2007), Zheng and Fu (2010) son referenciadas como 'reset control', cuando el reseteo es de base temporal, como en (i).

Otras connotaciones del término 'impulsivo', como indica Yang (2001), son que su literatura ha estado en el pasado más dirigida a la comunidad matemática, y que tiene una fuerte presencia de publicaciones en ruso. Hoy en día la literatura impulsiva está mucho más difundida y empieza a atraer el interés de la comunidad de control.

Dada esta cierta indefinición terminológica, en este tutorial llamaremos 'control mediante reseteo de base temporal' a las aplicaciones de control del tipo (i), en las cuales se fijan los instantes de reseteo. Para ilustrar este enfoque y sus posibilidades, podemos citar los trabajos de Y. Guo y colaboradores, por ejemplo Zheng et.al. (2007). Cuando el sistema es de tipo (i), la dinámica de lazo cerrado es:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A \mathbf{x} + B r, & t \neq t_k, \\ \mathbf{x}(t_k^+) &= M_k \mathbf{x} + N_k r, & t = t_k, \end{aligned}$$

con  $t_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) los instantes de reseteo y  $r$  la señal de referencia. En este caso, el análisis de estabilidad es mucho más sencillo, porque se puede considerar el sistema inducido en tiempo discreto:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}^+) = M_{k+1} e^{A(t_{k+1}-t_k)} \mathbf{x}(t_k^+) =: L_{k+1} \mathbf{x}(t_k^+).$$

Si el intervalo de reset  $t_k - t_{k-1} =: \delta$  es fijo y con matrices constantes  $M_k = M$  el sistema es estable si y solo si  $M e^{A\delta} =: L$  es Schur-estable. Una idea original en (Zheng et.al., 2007) es diseñar las acciones de reseteo  $M_k, N_k$  de forma que se optimice un índice cuadrático en el intervalo  $[t_k, t_{k+1}]$ , con un planteamiento de horizonte móvil similar al MPC. Esta idea es aplicada a una etapa de posicionamiento de un microactuador, donde la planta está dada por:

$$\Sigma_P \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_1 x_1(t) - a_2 x_2(t) + b u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{cases}$$

con  $a_1 = 10^6$ ,  $a_2 = 1810$  and  $b = 3 \times 10^6$  y el controlador reseteado, con un PI como base lineal, es:

$$\Sigma_R \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= e(t) & t \neq t_k \\ x_r(t_k^+) &= E_1 x_1(t) + E_2 x_2(t) + Gr & t = t_k \\ u(t) &= k_i x_r(t) + k_p e(t) \end{cases}$$

El PI se sintoniza a  $k_p = 0,08$  y  $k_i = 300$ . El intervalo se fija a  $\delta = t_k - t_{k-1} = 1ms$ . La solución óptima es  $E_1 = -2,8 \times 10^{-4}$ ,  $E_2 = -6,8 \times 10^{-7}$  y  $G = 0,0014$ , y los resultados de simulación se ven en las figuras 8(a) y 8(b). En ellas se representa la respuesta del sistema lineal (rápido pero muy sobresoscilante), la

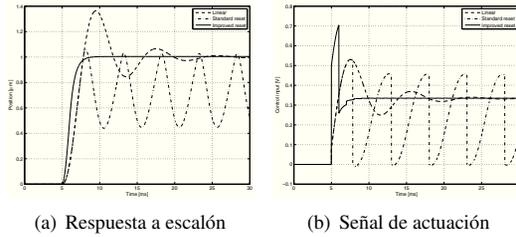


Figura 8: Sistemas de control reseteados en (Zheng et.al., 2007)

del PI reseteados habitual (reseteo a cero del PI cuando el error cruza por cero) y la del propuesto (reseteo temporal, la mejor respuesta). Para ser justos en la comparación, el controlador reseteados basado en cruce por cero no es la mejor solución posible: al ser un PI, el reseteo de cruce por cero destruye la acción integral y genera las 'suboscilaciones mantenidas' en la figura 8(a); lo correcto hubiera sido proponer un PI+CI (ver sección 3) que conserva la acción integral y elimina este problema.

2.3. Reseteo de condición sectorial y sistemas híbridos

Recientemente han aparecido una serie de trabajos, iniciados por A. Teel y colaboradores, que proponen un marco genérico para sistemas dinámicos híbridos (Goebel et.al., 2009) y estudian sistemas de control reseteados, dentro de este marco, basados en una cierta condición sectorial de reseteo (Zaccarian et.al., 2005) (Nešić et.al., 2008). Un sistema híbrido generalizado se describe mediante:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} \in F(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in C \\ \mathbf{x}^+ \in G(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in D \end{cases} \quad (8)$$

donde  $F$  define una inclusión diferencial (ecuación diferencial multivaluada) y  $G$  define la acción de reseteo, restringidas, respectivamente, al conjunto de flujo o continuo  $C$  y al conjunto de salto o discreto  $D$ . Además,  $C$  y  $D$  pueden tener una intersección común, con lo cual las soluciones de (8) no son únicas en general (Goebel et.al., 2009). Posteriormente, la idea se particulariza a controladores reseteados en los que  $C$  y  $D$  son sectores cónicos en el espacio producto entrada×salida:

$$C = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{x}^T M \mathbf{x} > 0\}, \quad D = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{x}^T M \mathbf{x} \leq 0\}, \quad (9)$$

donde  $M$  es una matriz simétrica que define los sectores cónicos complementarios  $C$  (flujo) y  $D$  (salto). Por ejemplo, un FORE de condición sectorial se formula como:

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \lambda_r x_r + e, & \text{si } e \cdot x_r > 0 \\ x_r^+ = 0, & \text{si } e \cdot x_r \leq 0, \end{cases} \quad (10)$$

que tiene la forma (8) (9) con  $\mathbf{x} = (x_r, e)^T$  y  $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Esta definición obliga a que entrada y salida tengan el mismo signo, aunque en realidad, bajo condiciones iniciales nulas, el FORE sectorial (10) y el FORE de cruce por cero (2) presentan el mismo comportamiento. La ventaja indicada por Zaccarian

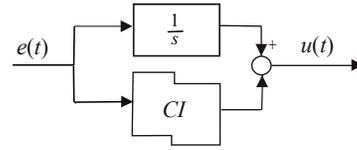


Figura 9: Compensador I+CI

et.al. (2005) es que, en el análisis de estabilidad, en el FORE sectorial, (6) sólo debe ser verificada en el sector  $C$ , lo cual es menos conservador.

En el caso de controladores de orden  $n = 2$  o superior, el reseteo sectorial ya no es equivalente al reseteo de cruce por cero. En general, no puede decirse que una modalidad de reseteo sea superior a la otra, simplemente son planteamientos diferentes que pueden tener ventajas particulares en cada caso. El reseteo de cruce por cero es más fiel a las ideas originales de Horowitz y por otra parte el reseteo sectorial es propenso a producir castañeteo o 'chattering'. Para aliviar el chattering Nešić et.al. (2008) introducen el concepto de regularización temporal que se puede formular así:

$$\begin{cases} \dot{\tau} = 1, & \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B_d d, & \mathbf{x} \in C \text{ o } \tau \leq \rho \\ \tau^+ = 0, & \mathbf{x}^+ = A_r \mathbf{x}, & \mathbf{x} \in D \text{ y } \tau \geq \rho \\ & y = C\mathbf{x} & \end{cases} \quad (11)$$

Es decir, el contador temporal  $\tau$  y la condición  $\tau \geq \rho$  impiden que se repita la acción de reset, a menos que transcurran  $\rho$  segundos. De cualquier forma, la regularización no elimina el chattering, simplemente limita su frecuencia a  $1/\rho$  Hz. Para ver este efecto y las diferencias entre los dos tipos de reseteo, consideremos el controlador I+CI de la figura 9. En su modalidad de reset de cruce por cero se describe por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 1 - p_r \\ p_r \end{pmatrix} e(t) & e(t) \neq 0 \\ \mathbf{x}(t^+) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) & e(t) = 0 \\ u = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} \end{cases} \quad (12)$$

Mientras que, como I+CI de reseteo sectorial, con regularización temporal, viene dado por:

$$\begin{cases} \dot{\tau}(t) = 1, & \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 1 - p_r \\ p_r \end{pmatrix} e(t) & e(t)u(t) \geq 0 \text{ o } \tau \leq \rho \\ \tau(t^+) = 0, & \mathbf{x}(t^+) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) & e(t)u(t) \leq 0 \text{ y } \tau \geq \rho \\ & u = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} \end{cases} \quad (13)$$

Nótese que para  $p_r = 0$  tenemos un integrador lineal y para  $p_r = 1$  un CI, con lo que  $0 < p_r < 1$  representa el porcentaje de reseteo o porcentaje con el que se combinan el integrador

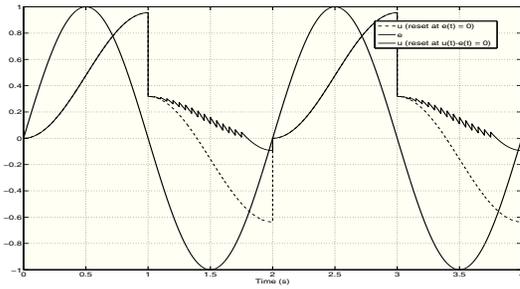


Figura 10: Diferentes respuestas sinusoidales del I+CI, para reset de cruce por cero ( $e(t) = 0$ ) y para reset sectorial ( $e(t)u(t) \leq 0$ )

lineal y el reseteado. La figura 10 muestra la respuestas de (12) y (13) frente a la misma entrada sinusoidal  $e(t)$ . Las respuestas son distintas y un análisis armónico de función descriptiva mostraría distintas características que podrían ser favorables a uno u otro, dependiendo de la aplicación.

Lo que también se observa es la tendencia al castañeteo del reseteado sectorial, debida al impacto repetido del estado sobre el sector  $D$  donde se aplica. Este efecto no suele aparecer en el reseteado de cruce por cero, puesto que sólo se resetea sobre un hiperplano  $M$ , que normalmente se atraviesa sin reincidir en él. Otros resultados sobre reseteado de condición sectorial pueden localizarse en (Nešić et al., 2011), (Tarbouriech, Loquen, Prieur, 2011).

#### 2.4. Nuevas estrategias de control reseteado

Recientemente, se han presentado y estudiado nuevas estrategias de control reseteado, dentro de la modalidad de cruce por cero (aunque también son aplicables al reseteado temporal o al sectorial) basadas en pequeñas modificaciones de la condición de reseteado o de la acción de reseteado (Baños y Barreiro, 2012).

La filosofía de estas nuevas estrategias es introducir algún grado de libertad más en el controlador, que permita mejorar las prestaciones. Si la condición de reseteado es fija ( $e(t) = 0$ ) y la acción de reseteado también ( $\mathbf{x}^+ = 0$ ), dado que el controlador base  $C(s)$  debe provocar una dinámica rápida subamortiguada, no quedan muchos grados de libertad para diseño.

Existe la posibilidad de flexibilizar las condiciones  $e(t) = 0$  y acciones  $\mathbf{x}^+ = 0$ , siempre conservando la simplicidad básica de la estrategia, con el objetivo de mejorar la superación de las limitaciones lineales que permite el control reseteado. Las nuevas estrategias (Baños y Barreiro, 2012) pueden ser basadas en anticipación de la condición de reseteado  $e(t) = 0$ , o en aplicación de un reseteado porcentual distinto de  $\mathbf{x}^+ = 0$ .

El principio de anticipación de la condición de reseteado se justifica porque el objetivo es superar las limitaciones lineales, como la relación módulo-fase para sistemas de fase mínima. Recuérdese que el CI permite  $-20\text{dB/dec}$  con sólo  $-38^\circ$  en vez de  $-90^\circ$ . Pues bien, anticipando el reseteado puede mejorarse este avance de fase. Esto puede conseguirse mediante *reseteo con banda* o *reseteo en avance*.

La propuesta de reseteado porcentual, relacionada con (13), introduce más grados de libertad en el diseño y suele estar aso-

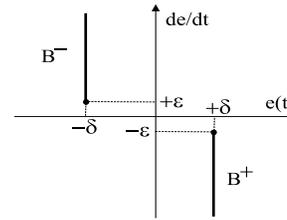


Figura 11: Reset con banda  $\delta$

ciada al hecho de que un reseteado completo  $\mathbf{x}^+ = 0$  destruye el beneficio del integrador asociado sobre el régimen permanente, mientras que  $\mathbf{x}^+ = p_r \mathbf{x}$  con un porcentaje de reseteado  $p_r > 0$  mantiene este beneficio. Puede utilizarse *porcentaje de reseteado fijo* o *porcentaje variable*. Un controlador que utiliza esta idea es el *controlador PI+CI*, formado por conexión paralela de un PI con un integrador de Clegg.

Pasamos a describir aquí estas nuevas estrategias de reseteado, mientras que los aspectos de diseño se detallarán en las secciones posteriores. El *reseteo con banda* se define en el plano  $e(t) \times \dot{e}(t)$  mediante la figura 11 (Barreiro, Baños y Dormido, 2011). El reseteado se aplica cuando se impacta en  $B^+$  o en  $B^-$ . Cuando el error decrece ( $\dot{e} < -\epsilon$ , con  $\epsilon$  un pequeño umbral), el reseteado se anticipa, en lugar de esperar a  $e(t) = 0$  se aplica antes,  $e(t) = +\delta$ , donde  $\delta$  es el valor de la *banda* de reseteado. La recta  $B^-$  tiene un papel simétrico a  $B^+$ .

Obsérvese que en un sistema autónomo como (2.4) donde  $e = C\mathbf{x}$ , la condición  $(e, \dot{e}) \in B := B^+ \cup B^-$  equivale a  $(e, \dot{e}) = (C\mathbf{x}, CA\mathbf{x}) \in B$ , y se traduce en  $\mathbf{x} \in M$ , donde  $M = M^+ \cup M^-$ , y  $M^+ = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : C\mathbf{x} = \delta, CA\mathbf{x} \leq -\epsilon\}$ , con  $M^-$  simétrico. En el caso  $\delta = \epsilon = 0$  se recupera el reseteado convencional (2.4) de cruce por cero.

El *reseteo en avance* parte de una idea similar al reseteado con banda pero la anticipación se aplica mediante un filtro de avance sobre la señal de disparo. Por simplicidad, consideremos un integrador de Clegg con avance (ACI):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= e, & u(t) &\neq 0, \\ \mathbf{x}^+ &= 0, & u(t) &= 0, \\ u(t) &= \mathcal{L}^{-1}[F(s)E(s)] \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $F(s)$  es el filtro de avance. Si  $F(s) = 1$  entonces  $u = e$  y se recupera el CI normal. Para que  $F(s)$  anticipe el cruce por cero se puede elegir  $F(s) = K_p + K_d s$  o, sin pérdida de generalidad,  $F(s) = 1 + Ts$ . En un instante  $t_0$  en el que  $e(t)$  está próximo al cruce por cero, se puede aproximar  $e(t) \approx e(t_0) + \dot{e}(t_0)(t - t_0)$ . Por otra parte  $u(t) = e(t) + \dot{e}(t)T$ , por tanto, de (14) se deduce que  $T$  aproxima el tiempo que nos anticipamos a  $e(t) = 0$  para resetear. La función descriptiva del ACI con avance  $\phi = \phi(\omega) = \arg F(i\omega)$  es:

$$L_{ACI}(\omega) = \frac{1}{\omega} \left[ \frac{4 \cos^2 \phi}{\pi} - i \left( 1 - \frac{4 \cos \phi \sin \phi}{\pi} \right) \right] \quad (15)$$

El caso particular  $\phi = 0$  recupera el CI normal. Si, mediante diseño del filtro  $F(s)$ , se mantiene  $\phi(\omega) = \arg F(i\omega)$ , aproximadamente constante sobre un rango de frecuencias de interés

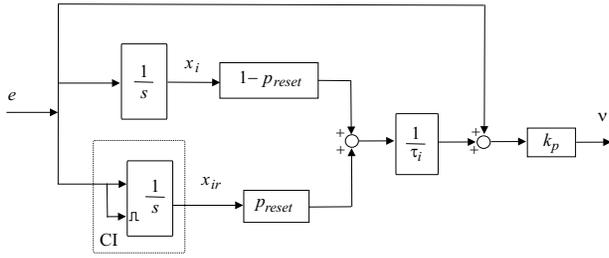


Figura 12: Diagrama de bloques del PI+CI

(p.ej., en torno a la frecuencia de cruce de ganancia), entonces  $L_{ACI}(\omega)$  viene dado por (15) con  $\phi$  constante. En particular, para  $\phi \approx +30^\circ$  se tiene  $|L_{ACI}| = k/\omega$  y obtenemos  $-20dB/dec$  como en el integrador normal, pero con  $\arg L_{ACI} \approx -25^\circ$  (unos  $65^\circ$  mejor que el integrador normal!).

Para terminar la sección, presentamos ahora el controlador PI+CI, que incorpora el concepto de *porcentaje de reseteo*. En (Baños y Barreiro, 2012) y en secciones posteriores de este tutorial se detallarán aspectos de diseño y aplicaciones de controladores PI+CI. Comenzamos por el sistema base  $PI_{base}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s}\right)$ . A continuación el estado total o variable integral  $x_{pi+ci}$  se descompone  $x_{pi+ci} = p_r x_{ir} + (1 - p_r)x_i$  donde  $p_r$  es el *porcentaje de reseteo* ( $0 \leq p_r \leq 1$ ). En el modo continuo o de flujo, las tres variables se integran con la misma tasa,  $\dot{x}_i = \dot{x}_{ir} = e$ , y por tanto,  $\dot{x}_{pi+ci} = e$ . Pero el reseteo o salto sólo se aplica a  $x_{ci}$ , es decir  $x_{ir}^+ = 0$  y  $x_i^+ = x_i^-$ .

El diagrama de bloques se representa en la figura 12, donde  $p_{reset} = p_r$  es el porcentaje de reseteo. El controlador consta de tres acciones en paralelo: la P, la I y la CI. El caso extremo  $p_r = 1$  elimina el integrador I y sólo deja el CI, que no tiene propiedades de aumento del tipo de sistema, ni mejora del régimen permanente. El caso  $p_r = 0$  lo convierte en un PI normal, lo que no permite aprovechar los beneficios del reseteo para superación de limitaciones. Por tanto, es esperable que la sintonía adecuada corresponda a cierta combinación del I con el CI, dada por algún valor intermedio  $0 < p_r < 1$ . Existen reglas de diseño que sugieren los valores idóneos para  $(k_p, \tau_i, p_r)$  según el tipo de planta (Baños y Barreiro, 2012). También es posible la realización del PI+CI con un solo estado, dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}_{pi+ci}(t) &= e(t), & e(t) \neq 0 \\ x_{pi+ci}(t^+) &= (1 - r_k)x_{pi+ci}(t), & e(t) = 0 \\ v(t) &= \frac{k_p}{\tau_i} x_{pi+ci}(t) + k_p e(t), \end{cases} \quad (16)$$

pero en este caso el coeficiente de reseteo resulta ser  $r_k = \frac{p_{reset} x_{ir}(t_k)}{(1 - p_{reset})x_i(t_k) + p_{reset} x_{ir}(t_k)}$ , que es variable en el tiempo, ya que depende de  $k$ . Esto sugiere la idea de utilizar acciones generales de reseteo con *porcentaje variable de reseteo*, dadas por  $x(t_k^+) = p_k x(t_k^-)$  con coeficientes  $p_k$  variables que puedan adaptarse a las circunstancias de funcionamiento o a los objetivos de diseño (Baños y Barreiro, 2012).

Finalmente, un análisis de la función descriptiva del PI+CI permite ver las ventajas del mismo frente a un PI convencional. El balance armónico resulta:

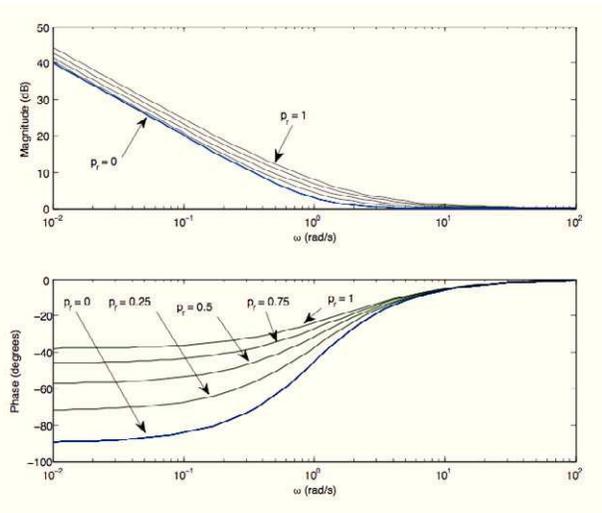


Figura 13: Función descriptiva del PI+CI ( $k_p = \tau_i = 1$ )

$$(PI + CI)(j\omega) = k_p \left( \frac{j(\omega\tau_i + \frac{4}{\pi} p_{reset}) + 1}{j\omega\tau_i} \right) \quad (17)$$

y las gráficas de módulo y fase se muestran en la figura 13. Comparado con un PI ( $p_r = 0$ ) el PI+CI presenta casi el mismo módulo, pero con una fase mucho más favorable, lo que indica que el PI+CI permite obtener mejores prestaciones en términos de ancho de banda y margen de robustez.

### 3. Análisis de sistemas de control basados en reset

#### 3.1. Conceptos básicos. Soluciones normales y patológicas

La inclusión de una acción de reseteo sobre un sistema base lineal complica formalmente numerosos aspectos, ya que lo convierte en un sistema híbrido y da pie a la existencia de patologías en las soluciones. En este apartado se introducen algunas definiciones básicas y se presentan condiciones para la ausencia de re-reseteo o *livelock*, de *deadlock* y de comportamientos Zenón o *zenoness*. Consideraremos un lazo de control reseteado como el de la figura 4. En ausencia de señales externas, como se indicó en la sección 2, la dinámica del lazo cerrado tiene la forma

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A \mathbf{x}(t) & \text{si } \mathbf{x}(t) \notin \mathcal{M} \\ \mathbf{x}(t^+) &= A_R \mathbf{x}(t) & \text{si } \mathbf{x}(t) \in \mathcal{M} \end{cases} \quad (18)$$

donde  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_p^T, \mathbf{x}_c^T)^T$  y la *variedad de reseteo*  $\mathcal{M}$ , tiene en principio la estructura  $\mathcal{M} = \{\mathbf{x} : C\mathbf{x} = 0\}$ . Sea  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  un conjunto de estados iniciales,  $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{D}$  el estado inicial,  $\mathcal{J}_{\mathbf{x}_0} = \{\tau_1(\mathbf{x}_0) < \tau_2(\mathbf{x}_0) < \dots\}$  el conjunto enumerable (finito o infinito) de instantes de reseteo, y  $\mathcal{I}_{\mathbf{x}_0} = [0, \infty) \setminus \mathcal{J}_{\mathbf{x}_0}$  el conjunto denso de intervalos de tiempos para el modo continuo. Una función  $\mathbf{x} : [0, \infty) \times \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$  es una *solución* del sistema reseteado (18) si satisface

1.  $\mathbf{x}(\cdot, \mathbf{x}_0)$  es continua por la izquierda en  $t$ , es decir, se tiene  $\lim_{\tau \rightarrow t^-} \mathbf{x}(\tau, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$  para todo  $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{D}$  and  $t \in (0, \infty)$ .

2.  $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$  es diferenciable en  $t$ , y  $\frac{d\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$ , para todo  $t \in \mathcal{I}_{\mathbf{x}_0}$ .
3.  $\mathbf{x}(t^+, \mathbf{x}_0) = A_R \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$ , para todo  $t \in \mathcal{J}_{\mathbf{x}_0}$ .

Si  $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$  es una solución, asociada a instantes de reseteo  $\tau_1(\mathbf{x}_0) < \tau_2(\mathbf{x}_0) < \dots$ , entonces, en el intervalo genérico  $t \in (\tau_k(\mathbf{x}_0), \tau_{k+1}(\mathbf{x}_0)]$ , puede expresarse en la forma

$$\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) = e^{A(t-\tau_k(\mathbf{x}_0))} A_R e^{A(\tau_k(\mathbf{x}_0)-\tau_{k-1}(\mathbf{x}_0))} A_R \dots A_R e^{A\tau_1(\mathbf{x}_0)} \mathbf{x}_0, \quad (19)$$

es decir, la matriz de transición es el producto alternado de operadores  $e^{A(\Delta\tau)}$ , de flujo continuo, y  $A_R$ , de salto discreto. De la expresión anterior se infiere también que una fuente de anomalías es que los intervalos de reset  $\Delta\tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$  se hagan muy pequeños. Una solución drástica es imponer una cota inferior a  $\Delta\tau_k$ , usando el concepto de *regularización temporal* en (11) propuesto en Nešić et.al. (2008).

De forma alternativa, los comportamientos anómalos *live-lock*, *deadlock* y *zenoness* pueden evitarse verificando las condiciones estudiadas en Baños y Mulero (2012), que pasamos a resumir.

En primer lugar, se tiene *livelock*, *beating* o re-reseteo cuando el estado  $\mathbf{x}^+ = A_R \mathbf{x}$  justo después de resetear ( $\mathbf{x} \in \mathcal{M}$ ) verifica de nuevo la condición de reseteo  $\mathbf{x}^+ \in \mathcal{M}$ , lo que podría originar un proceso de re-reseteos  $\mathbf{x}^{++} = A_R \mathbf{x}^+$  en cadena,  $\mathbf{x}^{+++} \dots$ , lo cual es una dificultad formal. Esto se puede arreglar si modificamos ligeramente la variedad de reseteo de la siguiente forma (Beker et.al., 2004). En principio se tiene como variedad de reseteo el núcleo de  $C$ , es decir  $\mathcal{N}(C) = \{\mathbf{x} : C\mathbf{x} = 0\}$ . Se define la variedad de *post-reseteo* (*after-reset*) como

$$\mathcal{M}_R = \mathcal{R}(A_R) \cap \mathcal{N}(C) \quad (20)$$

es decir, son los estados en el espacio imagen de  $A_R$  restringido a  $C\mathbf{x} = 0$ . Por tanto, podemos eliminar el problema formal de re-reseteo si redefinimos

$$\mathcal{M} = \mathcal{N}(C) \setminus \mathcal{M}_R. \quad (21)$$

En segundo lugar, se tiene *no-continuidad*, *deadlock* o *bloqueo* cuando después de un reseteo no es posible prolongar la solución, ni en el modo discreto (porque (21) lo excluye,  $\mathbf{x}^+ \notin \mathcal{M}$ ) ni en el modo continuo (porque  $\text{dist}(\mathbf{x}^+, \mathcal{M}) = 0$  y el flujo continuo  $\mathbf{A}\mathbf{x}^+$  apunta hacia  $\mathcal{M}$ ). Finalmente, se tiene *conducta Zenón* o *zenoness* cuando se generan un conjunto de instantes de reseteo  $\tau_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) que cumplen  $\Delta\tau_k = \tau_k - \tau_{k-1} \rightarrow 0$  y  $\tau_k \rightarrow \tau_\infty < \infty$ . De otra manera, en el intervalo  $t \in [\tau_1, \tau_\infty]$  la solución sufre infinitos reseteos.

El sistema reseteado (18) se dice *bien condicionado* o *bien definido* (*well-posed*) cuando está libre de *livelock* y *deadlock* (pero pudiera tener conducta Zenón). En Baños y Mulero (2012) se aporta una condición para ausencia de *deadlock* (que, combinada con (21), garantiza buen condicionamiento):  $\mathcal{M}_R \cap \mathcal{N}(\mathcal{O}_{base}) = \{\mathbf{0}\}$ , donde  $\mathcal{O}_{base}^\top = (C^\top, A^\top C^\top, \dots, (A^\top)^{n-1} C^\top)$  es la matriz de observabilidad asociada. Esta misma condición,  $\mathcal{M}_R \cap \mathcal{N}(\mathcal{O}_{base}) = \{\mathbf{0}\}$ , permite también excluir conducta Zenón para plantas  $G(s) = C_p(sI - A_p)^{-1} B_p$  (es decir, con  $D_p = 0$  y grado relativo menor que 0) y para  $C = (C_p, C_r) = (C_p, 0)$  (es decir, el reseteo sólo depende de estados de la planta).

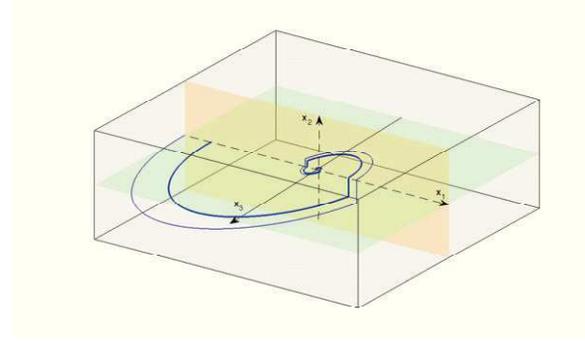


Figura 14: Trayectorias solución para sistema bien definido

Como ejemplo, considérese el mismo sistema visto en la sección 2.1, con  $P(s) = (s+1)/(s(s+0,2))$  y controlador FORE de base  $C(s) = 1/(s+1)$ . Llamando  $x_3$  a la salida del FORE,  $x_2$  a la salida de la planta y  $\dot{x}_1 = x_3$ , se puede comprobar que  $\mathcal{M}_R$  es de la forma  $(x_1, 0, 0)^\top$  y  $\mathcal{N}(\mathcal{O}_{base})$  de la forma  $(-x_3, 0, x_3)^\top$ , con lo que el sistema está bien definido y no presenta conducta Zenón. La figura 14 muestra dos trayectorias en el espacio de estados.

El capítulo 2 de Baños y Barreiro (2012) aporta resultados adicionales sobre propiedades básicas y regularidad de soluciones, incluyendo caracterización de los intervalos de reset, discusión en función de la dimensión de  $\mathcal{M}_R$  y tratamiento de señales externas (referencias y perturbaciones) mediante exosistemas.

### 3.2. Control basado en reset y limitaciones fundamentales

Desde sus primeras propuestas, como el integrador de Clegg o el FORE, el control reseteado tiene como motivación principal la búsqueda de mecanismos no lineales sencillos que permitan superar las limitaciones fundamentales lineales.

En este apartado se tratará este aspecto, con un enfoque sencillo basado en ejemplos, ya que la cuestión de la superación de limitaciones mediante reseteo todavía está lejos de ser clarificada, de una manera rigurosa y cuantitativa, y es una línea que merece investigaciones adicionales.

Las limitaciones fundamentales lineales (Åström y Murray, 2008) (Åström, 2000), afectan, en el dominio temporal, a la velocidad de respuesta (tiempos de subida o de establecimiento) y a la sobreoscilación (o suboscilación, con ceros de fase no mínima), de modo que p.ej., es imposible conseguir a la vez buena rapidez de respuesta y buen amortiguamiento, que resultan objetivos contrapuestos (*traded-off*). De forma análoga, en frecuencia, estarían comprometidos, p.ej., ancho de banda y margen de fase, que no pueden ser ambos satisfactorios a la vez.

Las limitaciones son significativas cuando el lazo abierto  $L(s)$  contiene factores con retardos  $e^{-sT}$ , ceros de fase no mínima ( $s - c$ ) ( $c > 0$ ), o polos inestables  $1/(s - p)$  con  $p > 0$ , y se agravan cuando  $T, p$  son altos o  $c > 0$  es bajo, llegando a imposibilitar el funcionamiento práctico del sistema de control.

Se pueden documentar ejemplos de controladores reseteados que, si bien no eliminan por completo las limitaciones arriba citadas, sí que permiten *aliviar* dichas limitaciones, es decir,

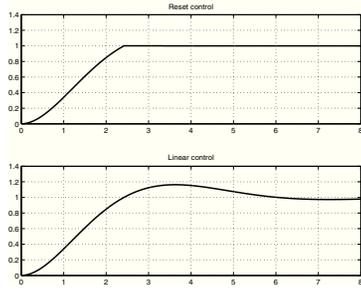


Figura 15: Ejemplo en Beker et.al. (2001). Respuestas a escalón de sistema reseteado (arriba) y lineal (abajo)

mejorar los objetivos de diseño alcanzables por cualquier controlador lineal.

Veremos primero un ejemplo en el dominio del tiempo (Beker et.al., 2001). Consideremos un lazo típico con planta  $P(s) = \frac{1}{s}$  y un controlador  $C(s)$  que estabiliza el lazo cerrado. Es sabido que el error  $e(t)$  frente a referencia escalón satisface:  $\int_0^\infty e(t) dt = \frac{1}{K_v}$  donde la ganancia de velocidad es  $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s)P(s)$ . Ahora, sea la definición de tiempo de subida  $t_r$  dada por  $t_r = \sup_\tau \{ \tau : y(t) \leq \frac{t}{\tau} \forall t \in [0, \tau] \}$ . En Beker et.al. (2001) se demuestra que para cualquier controlador lineal se cumple:

$$t_r > \frac{2}{K_v} \Rightarrow \text{la respuesta a escalón } y(t) \text{ sobreoscila.} \quad (22)$$

De esto se deducen un conjunto de objetivos imposibles de alcanzar con un controlador lineal:

Problema de diseño: Dada la planta  $P(s) = 1/s$ , obtener un controlador estabilizante que tenga:

- (i) error estacionario a rampa unitaria menor o igual a 1,
- (ii) tiempo de subida a escalón unitario mayor que  $2s$ ,
- (iii) y que la respuesta a escalón no sobreoscila.

Nótese que (i) y (iii) son objetivos deseables de precisión y amortiguación, mientras que (ii) parece un objetivo (no deseable) de lentitud, en lugar de rapidez, sin embargo, puede interpretarse como objetivo deseable de moderación de control. En efecto, en la fase de subida,  $t \in [0, t_r]$ , el error es positivo,  $e(t) > 0$ , con lo que la señal de control  $u(t)$  debe ser positiva,  $|u| = u = \dot{y}$ , cumpliendo:

$$\|u\|_{[0,t_r]} := \frac{1}{t} \int_0^{t_r} |u| = \frac{1}{t} \int_0^{t_r} \dot{y} = \frac{y(t_r)}{t} \leq \frac{1}{t_r}. \quad (23)$$

Es decir, una cota inferior al tiempo de subida  $t_r$  implica, para  $P(s) = 1/s$ , una cota superior al esfuerzo medio de control  $\|u\|_{[0,t_r]}$  en la fase crítica de subida. Pues bien, ningún controlador lineal puede resolver el problema de diseño, mientras que un simple FORE de base  $C(s) = 1/(s+1)$  sí lo satisface, ver figura 15, lo que muestra la capacidad del control reseteado para alcanzar objetivos contrapuestos que no pueden ser resueltos linealmente.

Veamos ahora un ejemplo en el dominio de la frecuencia (Fdez-Villaverde et.al., 2011). Considerar los diagramas de control de la figura 16. La planta es un retardo puro de  $h = 1s$ ,

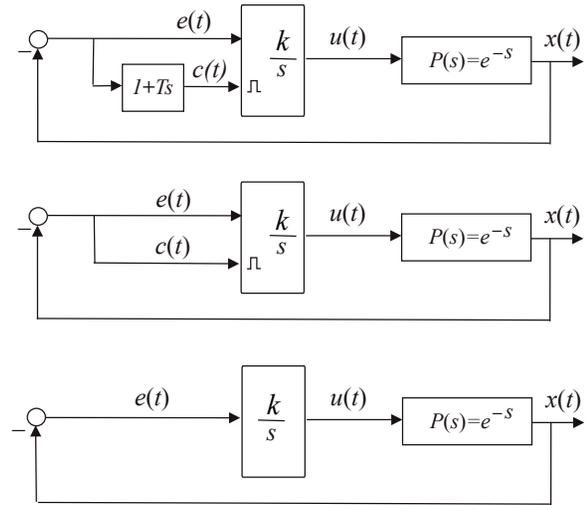


Figura 16: Planta  $P(s) = e^{-s}$  estabilizada por integrador (abajo), integrador de Clegg (CI) (centro) y CI con reseteo en avance (arriba)

$P(s) = e^{-s}$ , y los posibles controladores: un integrador, un integrador reseteado (CI), y un CI con avance en el reseteo (ACI). Aunque los dos últimos darían problemas prácticos de régimen permanente frente señales externas, supongamos que nos interesa sólo la estabilización del sistema autónomo, ya que el ejemplo es ilustrativo por su simplicidad.

Una limitación (aproximada) en el dominio frecuencial, para sistemas lineales de lazo abierto  $L(s)$  conteniendo un retardo puro de  $h$  s., es (Åström, 2000)(Åström y Murray, 2008):

$$\omega_c h \leq \pi - \phi_m + \frac{n_c \pi}{20 \cdot 2}, \quad (24)$$

donde  $\omega_c$  es la frecuencia de cruce por 0dB ( $|L(i\omega_c)| = 1$ ),  $\phi_m$  es el margen de fase y  $n_c$  es la pendiente de cruce, o pendiente de  $|L(i\omega)|$  para  $\omega = \omega_c$ , en dB/dec. Nótese que ésta es una restricción para sistemas lineales, pero que, en principio, los integradores reseteados CI y ACI podrían superarla. Para que se pueda aplicar el enfoque frecuencial, usaremos las funciones descriptivas de CI y ACI, dadas por (15), con  $\phi = 0$  y  $\phi = \arg(1 + iT\omega)$ .

Para fijar términos, supongamos que el objetivo es conseguir una  $\omega_c = 4\pi/9 \approx 1,4 \text{ rad/s}$ . Como el retardo es  $h = 1$  y, en los tres casos, debido a la acción integral, la pendiente es siempre  $n_c = -20\text{dB/dec}$ , la limitación (24) se particulariza a

$$\phi_m \leq \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{9} = \frac{5}{18}\pi \approx 50^\circ.$$

Las ganancias de los tres controladores se ajustan para conseguir el objetivo de  $\omega_c = 1,4$  y los diagramas de Bode se muestran en la figura 17. Los márgenes de fase resultantes son  $\phi_m^{in} \approx 10^\circ$ ,  $\phi_m^{CI} \approx 60^\circ$  y  $\phi_m^{ACI} \approx 75^\circ$ . El margen de fase lineal está por debajo de la limitación de  $50^\circ$ , indicando que no puede conseguir el ancho de banda asociado a  $\omega_c = 1,4$  y, a la vez, una buena robustez. Por el contrario, el CI y el ACI superan esa limitación, ofreciendo una estabilización, a la vez rápida y robusta, inalcanzable con cualquier otra solución lineal. La

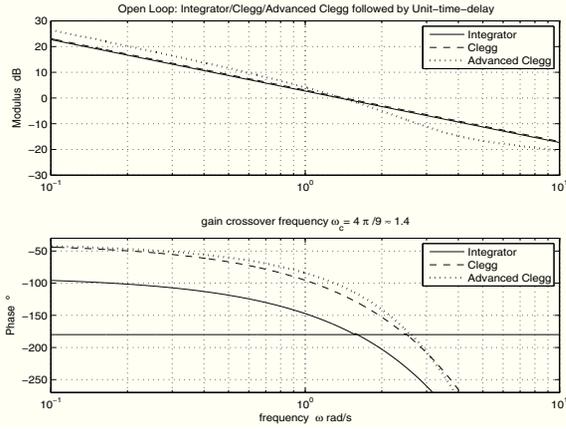


Figura 17: Diagramas de Bode del ejemplo del retardo y tres integradores

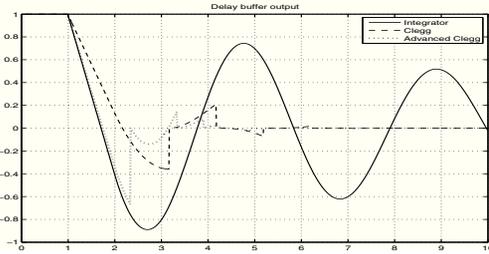


Figura 18: Respuestas temporales del ejemplo del retardo y tres integradores

figura 18 recoge la respuesta temporal, a partir de condiciones iniciales  $y(t) = 1$  para  $0 \leq t \leq 1$ , evidenciando las mejores características de las soluciones reseteadas en términos de rapidez y amortiguamiento.

### 3.3. Estabilidad de sistemas de control basados en reset

La estabilidad es el requisito básico de un sistema de control, sin embargo las primeras propuestas de Horowitz sobre control reseteado carecían de un análisis de estabilidad riguroso. El primer resultado formal es la llamada *condición  $H_\beta$*  (Beker et al., 2004), que asegura estabilidad asintótica mediante la técnica de Lyapunov. Posteriormente han ido apareciendo una serie de nuevos criterios, que resumiremos en esta sección.

#### 3.3.1. Estabilidad interna independiente de los instantes de reseteo

Como se ha citado antes, en Beker et al. (2004) se ataca el problema de la estabilidad de un sistema reseteado genérico como (18), mediante una función de Lyapunov, normalmente cuadrática,  $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}$  (con  $P > 0$ ). Una condición suficiente para estabilidad asintótica es que  $V$  sea decreciente en los modos continuo y discreto. Para desarrollar esta condición, nótese que la fila  $C$  (la que define  $M$ ) tiene la estructura

$$C = (C_p, 0_{1 \times n_p}, 0_{1 \times n_p}),$$

donde  $C_p$  es  $1 \times n_p$ , con  $n_p$  es el número de estados de la planta,  $n_p + n_p$  el número de estados del controlador, y  $n_p$  el número de estados reseteados. La matriz de reseteo es:

$$A_R = \text{diag}(0_{n_p \times n_p}, 0_{n_p \times n_p}, I_{n_p \times n_p}),$$

y se definen las siguientes matrices auxiliares

$$C_0 = (\beta C_p, 0_{n_p \times n_p}, P_\rho), \quad B_0 = \begin{pmatrix} 0_{n_p \times n_p} \\ 0_{n_p \times n_p} \\ I_{n_p \times n_p} \end{pmatrix}.$$

Entonces, (Beker et al., 2004), las siguientes condiciones son equivalentes entre sí:

(i) El sistema reseteado (18) es cuadráticamente estable.

(ii) Existe una matriz columna constante  $\beta \in \mathbb{R}^{n_p \times 1}$  tal que existe una solución para  $P$  de:

$$P > 0, \quad A^T P + P A < 0, \quad (25)$$

$$B_0^T P = C_0 \quad (26)$$

(iii) (condición  $H_\beta$ ) Existe una matriz definida positiva  $P_\rho \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$  y una  $\beta \in \mathbb{R}^{n_p \times 1}$  tales que

$$H_\beta(s) := C_0 (sI - A)^{-1} B_0 \quad (27)$$

es una función de transferencia estrictamente real-positiva (SPR), donde  $(A, B_0)$  es controlable y  $(A, C_0)$  es observable.  $\square$

Como  $H_\beta(s)$  es estrictamente propia, la condición SPR de positividad real equivale a:

- $H_\beta(s)$  es Hurwitz, es decir, todos los polos de los elementos de la matriz  $H_\beta(s)$  tienen partes reales negativas
- $H_\beta(j\omega) + H_\beta(-j\omega) > 0$  para todas las  $\omega \in \mathbb{R}$  finitas
- $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 (H_\beta(j\omega) + H_\beta(-j\omega)) > 0$ .

La principal ventaja de este criterio es la facilidad de verificación de las condiciones, en especial, en su forma frecuencial. La principal desventaja es que puede resultar demasiado conservador. Los dos siguientes ejemplos ilustran estos aspectos.

**Ejemplo 1 :**  $H_\beta$  es SPR. Considerar un sistema de control típico con planta  $P(s) = 1/s$  y con controlador un FORE de sistema base  $R_b(s) = 1/(s+1)$ . En este caso,  $n_p = 1$  y se puede elegir  $P_\rho = 1$  sin pérdida de generalidad. Además,  $B_0 = (0, 1)^T$ ,  $C_0 = (\beta, 1)$  y

$$H_\beta(s) = \begin{pmatrix} \beta & 1 \end{pmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{s+1-\beta}{s^2+s+1}$$

cuya respuesta frecuencial es

$$H_\beta(j\omega) = \frac{\omega^2}{(1-\omega^2)^2 + \omega^2} + j \frac{\omega(\beta - \omega^2)}{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}$$

Dado que  $H_\beta(s)$  es Hurwitz,  $\text{Real}\{H_\beta(j\omega)\} > 0$  para todo  $\omega$ , y  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Real}\{H_\beta(j\omega)\} = 1 > 0$  para todo  $\beta \in \mathbb{R}$ , se concluye que  $H_\beta$  es SPR y podemos afirmar que el sistema de control es asintóticamente estable.

**Ejemplo 2 :**  $H_\beta$  no es SPR. Este ejemplo muestra el caso de un sistema de control asintóticamente estable, para el cual la condición  $H_\beta$  no se verifica y por tanto no permite capturar su estabilidad. El sistema está formado por un FORE de base  $R_b$  y una planta  $P$  dados por (Baños y Barreiro, 2012)

$$R_b(s) = \frac{3,2}{s-1}, \quad P(s) = \frac{s+0,25}{s^2+2s}$$

En este caso  $n_p = 2$  and  $n_\rho = 1$ , con

$$C_0 = (\beta C_p \ P_\rho) = (\beta \ 0,25\beta \ 1)$$

donde  $P_\rho = 1$  sin pérdida de generalidad. Además

$$B_0 = (0_{n_p} \ 0_{n_p} \ I_{n_p})^\top = (0 \ 0 \ 1)^\top$$

Entonces,  $H_\beta(s)$  resulta (Baños y Barreiro, 2012)

$$H_\beta(s) = \frac{5s^2 + (8\beta + 10)s + 2\beta}{5s^3 + 5s^2 + 6s + 4} \quad (28)$$

Representando  $H_\beta(j\omega)$ , se puede comprobar que no es SPR para ningún valor de  $\beta$ . Por otra parte, se puede demostrar que el sistema de control es asintóticamente estable. Por tanto, la condición  $H_\beta$  es inconclusiva y no tiene utilidad

### 3.3.2. Estabilidad interna dependiente de los instantes de reseteo

La causa de la ineficacia de la condición  $H_\beta$  en el caso anterior hay que buscarla en su propio planteamiento de raíz: se exige que  $V$  decrezca tanto el modo continuo como en el modo discreto (reseteo).

Es fácil imaginar ejemplos donde  $V$  decrece sólo en un modo (p.ej., discreto), pero decrece lo suficiente para contrarrestar el crecimiento de  $V$  en el otro modo (continuo), de manera que finalmente es estable, aunque tal estabilidad no la puede capturar la condición  $H_\beta$ .

Para arreglar este problema, se ha propuesto en Baños et.al. (2011) un método que considera el efecto neto sobre  $V$  de un tramo de evolución continua seguido de un reseteo. Esto crea ciertos problemas técnicos sobre la existencia de reseteos y duración de los intervalos pero, una vez resueltos, amplía mucho la capacidad de análisis de estabilidad.

Si, dado el estado inicial  $\mathbf{x}_0$ , se genera una secuencia de instantes de reseteo  $t_k(\mathbf{x}_0)$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) y los correspondientes estados después del reseteo se denotan  $\mathbf{x}(t_k^+, \mathbf{x}_0)$ , se induce el sistema discreto equivalente:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}^+, \mathbf{x}_0) = A_R e^{A(t_{k+1}(\mathbf{x}_0) - t_k(\mathbf{x}_0))} \mathbf{x}(t_k^+, \mathbf{x}_0), \quad (29)$$

en donde se representan tanto el flujo continuo ( $e^{A\Delta t}$ ) como el discreto ( $A_R$ ). El sistema se dice que es regular cuando: o bien el sistema base ( $A$ ) es estable, o bien  $A$  es inestable pero en este caso el intervalo de reseteo está acotado por cierto  $\Delta_M < \infty$ , es decir para cualquier estado después del reseteo  $\mathbf{x}(t_k^+)$  la salida  $y(t) = C e^{A t} \mathbf{x}(t_k^+)$  cruza por cero en un tiempo  $t_c \leq \Delta_M$ . Estas condiciones de regularidad se relacionan con el problema de Skolem-Pisot de impactos de trayectorias lineales sobre hiperplanos y se pueden probar en ciertas condiciones, como en el caso de polos dominantes complejos (Baños et.al., 2011).

Desarrollando las ideas anteriores se puede demostrar que el sistema reseteado es asintóticamente estable si existe una secuencia  $P_k > 0$  con  $k = 1, 2, 3, \dots$  tal que  $\eta I \leq P_k \leq \rho I$  y

$$e^{A^\top \Delta_k} A_R P_{k+1} A_R e^{A \Delta_k} - P_k \leq -\epsilon I \quad (30)$$

para algunas constantes positivas  $\eta, \rho$ , y  $\epsilon$ , y para cualquier secuencia de intervalos de reseteo  $(\Delta_1, \Delta_2, \dots)$ , donde  $\Delta_k = t_{k+1} - t_k$ , con  $\Delta_k > \Delta_m$ , (intervalo mínimo de regularización).

Este enfoque del problema de estabilidad, además de superar el conservadurismo de la condición  $H_\beta$  permite abordar la cuestión de *estabilización*, tomando como elemento de diseño los instantes  $t_k$  o los intervalos  $\Delta_k$  de reseteo.

No se trata de convertir drásticamente la condición de reseteo a una condición de base temporal (lo que nos conduciría a sistemas del tipo impulsivo estudiados en 2.2) sino de mantener el reseteo de cruce por cero, pero con la posibilidad adicional de forzarlo o de inhibirlo, para obligar que el intervalo  $\Delta_k$  esté en un conjunto seguro  $I$  que garantice estabilidad.

Los detalles pueden verse en Baños y Barreiro (2012), aquí resumiremos la idea mediante un ejemplo. Considerar un sistema de control con compensador base y planta:

$$R_b(s) = \frac{350}{s+1}, \quad P(s) = \frac{s+3}{s^5+13s^4+87s^3+305s^2+350s},$$

que da lugar a un lazo cerrado base inestable:

$$T(s) = \frac{350(s+3)}{s^6+14s^5+100s^4+392s^3+655s^2+700s+1050}$$

Entonces, se puede plantear un algoritmo de búsqueda que proporcione una  $P = P_k > 0$  constante adecuada y un conjunto  $I$  para los intervalos de reseteo  $\Delta_k \in I$ , para los cuales se cumpla (30). Elijiendo la  $P$  ( $6 \times 6$ ) dada en (Baños y Barreiro, 2012), el conjunto  $I$  resultante es:

$$I = [1,12, 1,92] \cup [3,37, 3,96] \cup [5,72, 6,01] \cup [8,05, 8,08]$$

Este conjunto estabilizante es fácil de deducir mediante una gráfica auxiliar como la de Fig. 19.

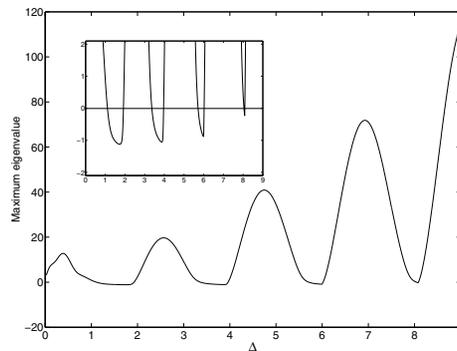


Figura 19: Máximo valor propio de  $e^{A^\top \Delta} A_R P A_R e^{A \Delta} - P + \epsilon I$  vs  $\Delta$

La simulación temporal de este sistema implica que, cada vez que ocurre un cruce por cero del error,  $e(t_k) = 0$  se define un instante de reseteo potencial  $t_k$  y un intervalo  $\Delta_k = t_k - t_{k-1}$ . Si el intervalo pertenece al anterior conjunto seguro,  $\Delta_k \in I$ , se *habilita* o permite el reseteo. Si no pertenece, se *inhibe* o bloquea el reseteo. En paralelo se corre un contador temporal  $\Delta(t) = t - t_{k-1}$  y, si se llega a  $\Delta(t) = \text{máx } I = 8,08$ , se *fuertza* a resetear. El resultado se muestra en la Fig. 20.

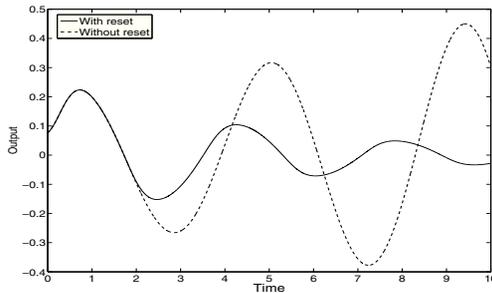


Figura 20: Respuesta de sistema base (línea discontinua) y sistema estabilizado con estabilización dependiente de los instantes de reseteo (línea continua)

### 3.3.3. Estabilidad externa por técnicas de pasividad

En los dos apartados anteriores la estabilidad se estudia desde el punto de vista de estabilidad interna o asintótica, mediante funciones de Lyapunov. Un enfoque complementario muy útil es el de estabilidad de entrada-salida, en particular por técnicas de pasividad. En primer lugar recordaremos algunas definiciones básicas, a continuación resumiremos las propiedades de pasividad de los controladores reseteados y concluiremos con un ejemplo, todo ello basado en (Carrasco et.al., 2010).

Un sistema  $H : \mathcal{L}_{2,e} \rightarrow \mathcal{L}_{2,e}$ , con entrada  $u$  y salida  $y = Hu$  se dice *pasivo* si existe una constante  $\beta \leq 0$  tal que

$$\int_0^T u^\top(t)y(t)dt \geq \beta, \quad \forall T \geq 0, \quad \forall u \in \mathcal{L}_2$$

Si, además, existen constantes  $\delta \geq 0$  y  $\epsilon \geq 0$  tales que

$$\int_0^T u^\top(t)y(t)dt \geq \beta + \delta \int_0^T u^\top(t)u(t)dt + \epsilon \int_0^T y^\top(t)y(t)dt,$$

para todas las entradas y salidas  $u, y$ , y todos los  $T \geq 0$ , entonces el sistema se dice: pasivo a la entrada (input strict passive, ISP) si  $\delta > 0$ ; pasivo a la salida (output strict passive, OSP) si  $\epsilon > 0$ ; estrictamente pasivo (very strict passive, VSP) si  $\delta > 0, \epsilon > 0$ . En particular, para un sistema lineal invariante en el tiempo  $H(s) = C(sI - A)^{-1} + D$ , con  $A$  Hurwitz y  $(A, B)$  controlable

1.  $H(s)$  es pasivo si y solo si  $\text{Re}[H(j\omega)] \geq 0$  para todo  $\omega$ .
2.  $H(s)$  es ISP si y solo si existe un  $\delta > 0$  tal que  $\text{Re}[H(j\omega)] \geq \delta > 0$  para todo  $\omega$ .
3.  $H(s)$  es OSP si y solo si  $H(j\omega)$  está dentro del disco cerrado de centro  $s = 1/(2\epsilon)$  y radio  $r = 1/(2\epsilon)$ .

Cuando el sistema admite una representación de estados, se puede definir el concepto de *disipatividad*. El sistema  $H$  es *disipativo* respecto de una tasa de alimentación  $w(t) = w(u(t), y(t))$  si existe una función de almacenamiento  $V(x) \geq 0$  tal que:

$$V(x) \leq V(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t))dt, \quad \forall u, \quad \forall x(0), \quad \forall T \geq 0.$$

Se cumple:  $H$  es pasivo si es disipativo respecto de  $w_p = u^\top y$  con  $V(0) = 0$ ;  $H$  es ISP si es disipativo respecto de  $w_i = u^\top y - \epsilon u^\top u$ , para algún  $\epsilon > 0$ ;  $H$  es OSP si es disipativo respecto de  $w_o = u^\top y - \delta y^\top y$ , para algún  $\delta > 0$ ;  $H$  es VSP si es disipativo respecto de  $w_v = u^\top y - \delta u^\top u - \epsilon y^\top y$ , para  $\epsilon > 0, \delta > 0$ .

Uno de los resultados relacionados más útiles es el *Teorema de pasividad*, referido a un lazo típico de realimentación negativa con dos bloques  $R, H$ . El lazo realimentado es estable con ganancia finita si se cumple alguna de las 4 opciones:

- $R$  es ISP y  $H$  es ISP, o bien  $R$  es OSP y  $H$  es OSP
- $R$  es pasivo y  $H$  es VSP, o  $R$  es VSP y  $H$  es pasivo.

Los resultados principales relativos a pasividad de sistemas reseteados (Carrasco et.al., 2010) (Baños y Barreiro, 2012) son los dos siguientes, el primero se aplica a controladores con reseteo total o completo (full reset), es decir con matriz de reseteo  $A_R = 0$ , y el segundo a reseteo parcial, es decir para  $A_R$  diagonal con  $n_1$  1's seguidos de  $n_2$  0's, y  $n_1 > 0$ .

1. Un controlador  $R$  con reseteo total es pasivo, ISP, OSP, VSP (respect.) si su sistema base lineal  $R_b(s)$  es pasivo, ISP, OSP, VSP (resp.)
2. Un controlador  $R$  con reseteo parcial es pasivo, ISP, OSP, VSP (respect.) si su sistema base lineal  $R_b(s)$  es disipativo respecto de  $w_p, w_i, w_o, w_v$  (respect.) y de una  $V(x)$  que satisfaga:  $V(A_R x) \leq V(x)$  para todo  $x$ .

Particularizando las dos reglas anteriores a diferentes estructuras de controladores reseteados se pueden extraer conclusiones útiles para estabilidad. Por ejemplo, por la primera regla, un FORE de sistema base  $R_b(s) = k/(s + b)$  con  $k, b > 0$  es un sistema OSP, pero no VSP.

## 4. Diseño de sistemas de control basado en reset

Una de las razones fundamentales, ya analizada en este tutorial, para la aplicación práctica de sistemas de control basados en reset es la superación de las limitaciones fundamentales del control con compensadores lineales e invariantes en el tiempo. En esta sección se expondrán brevemente algunos criterios básicos de diseño del compensador PI+CI (Fig. 12) para sistemas dinámicos que se encuentran en un rango amplio de aplicaciones prácticas, incluyendo sistemas de primer orden (y de orden superior) con retardo. Casos de estudio asociados, con pruebas experimentales, relacionados con el control de temperatura en un intercambiador de calor, la teleoperación pasiva de una grúa pórtico, y una planta solar pueden encontrarse en (Vidal et al., 2008), (Vidal y Baños, 2008), (Vidal y Baños, 2009), (Vidal y Baños, 2010), (Fdez-Villaverde et.al., 2011).

Por otro lado, conviene señalar que recientemente se han desarrollado otros varios trabajos sobre demostraciones experimentales de sistemas de control basados en reset. En Zheng et al. (2008), (Guo, Wang and Xie, 2009), (Guo et al., 2009), se ha demostrado la capacidad de un compensador FORE para un sistema "tape-drive", explotando las ventajas del reseteo para superar las limitaciones fundamentales del compensador base. Los trabajos (Bakkeheim et al., 2008),(Wu et al., 2007) usan compensadores base de tipo PI/PID, que a diferencia del compensador PI+CI, realizan un reset completo del término integral. En Zheng et al. (2008) se realiza otra aplicación de los sistemas de control con reseteo de base temporal. Finalmente, los trabajos (Paesa, Banos y Sagues, 2011), (Paesa et al., 2012), desarrollan observadores reseteados que son aplicados exitosamente en control de temperatura de hornos de inducción domésticos.

4.1. El compensador PI+CI

Es bien conocido que los compensadores PID (proporcional-integral-derivativo) son, con diferencia, los compensadores más utilizados en la práctica. De acuerdo con Åström y Hägglund (2001), más del 90% de todos los compensadores utilizados en la práctica son PID. De hecho, la mayoría son PIs, ya que el término derivativo no se utiliza en muchos casos. Generalmente, se acepta que esta predominancia de la compensación PI/PID se debe básicamente a su simplicidad (sólo tres parámetros para sintonizar), y su efectividad en un amplio rango de aplicaciones: control de procesos, automoción, control de vuelo, etc.

En su versión más básica, el compensador PI+CI es un compensador PI no-lineal/híbrido, que se ha diseñado con el objetivo de mantener las características de simplicidad del compensador PI/PID, esto es simplicidad en la sintonización (sólo se añade un nuevo parámetro, el porcentaje de reset, a los dos parámetros del PI base), y además con el objetivo de superar las prestaciones de un compensador PI/PID bien diseñado. Una cuestión importante es que, aunque en principio el uso del término derivativo en un compensador PID puede ofrecer mejores prestaciones que un compensador PI+CI, se pagaría un precio más alto en forma de coste de la realimentación (incluso en el caso de que el término derivativo esté filtrado). Por esta razón, en el resto de este tutorial se comparará el compensador PI+CI con un compensador PI, ya que ambos compensadores presentan un coste similar.

4.1.1. Ajuste PI+CI para plantas de primer orden

El grado de libertad adicional dado por el parámetro  $p_{reset}$  del integrador de Clegg (Fig. 12), se usará en lo que sigue para reducir el sobreimpulso de la respuesta escalón sin sacrificar la velocidad de respuesta. En este caso, para un sistema  $P(s) = \frac{k}{1+\tau s}$ , el sobreimpulso puede ser completamente eliminado después del segundo instante de reset para un valor de  $p_{reset}$  dado por

$$p_{reset} = \frac{e^{-\frac{\alpha\tau}{\beta}}}{1 + e^{-\frac{\alpha\tau}{\beta}}} \quad (31)$$

siendo  $\alpha \pm j\beta$  los polos de bucle cerrado del sistema base. Como resultado, las reglas de ajuste se pueden resumir simplemente en:

1. Ajusta el compensador base  $PI_{base}$  con valores  $k_p$  y  $\tau_i$  para una respuesta oscilatoria deseada  $(\frac{1+k_k p}{2\tau})^2 < \frac{k k_p}{\tau \tau_i}$  usando cualquier método de sintonía.
2. Calcula  $\alpha$  y  $\beta$  (parte real e imaginaria de los polos de bucle cerrado)
3. Finalmente, calcula  $p_{reset}$  usando (31).

4.1.2. Ejemplo

Considera una planta  $P$  dada por

$$P : \begin{cases} \dot{x}_p(t) = -0,5x_p(t) + 1,5u(t) \\ y(t) = x_p(t) \end{cases} \quad (32)$$

El resultado de aplicar el método de ajuste es:

1.  $k_p = 2$ ,  $\tau_i = 0,15$  (se obtiene una respuesta rápida con un sobreimpulso significativo, véase la Fig. 21)
2.  $\alpha = 1,75$ ,  $\beta = 4,12$ .
3. Finalmente, usando (31) se obtiene  $p_{reset} = 0,21$

Como resultado, las oscilaciones de la respuesta escalón (tanto en seguimiento de referencias como en rechazo de perturbaciones) se eliminan sin sacrificar la velocidad de respuesta del sistema base (Fig. 21); esto es imposible de conseguir con un compensador LIT. Es importante enfatizar que esta mejora se consigue simplemente reseteando la señal de control una o dos veces, y con un porcentaje relativamente pequeño de reseteo (21%)

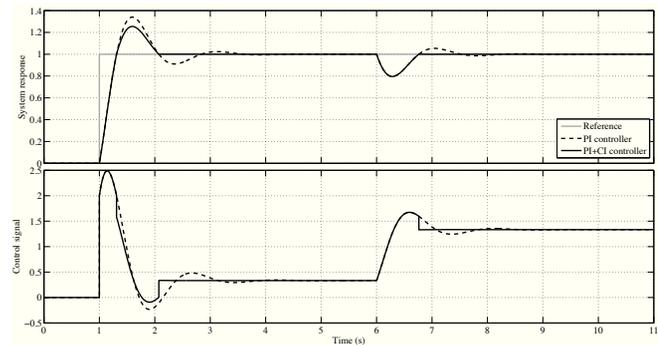


Figura 21: Señales de salida y de actuación para compensadores PI y PI+CI

4.2. Sistemas de primer orden con retardo (FOPDT)

El compensador  $PI_{base}$  se ajustará utilizando el método IMC (control por modelo interno). Para un sistema FOPDT dado por

$$P(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-hs} \quad (33)$$

los parámetros  $k_p$  y  $\tau_i$  están dados por (Smith, Corripio y Martín, 1975)

$$k_p = \frac{\tau}{k(\lambda + h)}, \tau_i = \tau \quad (34)$$

Con este ajuste se obtiene una respuesta razonablemente rápida con buenos márgenes de robustez. Además, se utilizará también una variación de este método conocida como SIMC (Skogestad, 2003). El método SIMC ha sido diseñado para mejorar el rechazo de perturbaciones, dando el siguiente ajuste:

$$k_p = \frac{\tau}{2kh}, \tau_i = 8h \quad (35)$$

A continuación se utilizarán estos métodos para diseñar el compensador base, pero hay que establecer una diferencia en función de si la planta tiene una constante de tiempo dominante o un retardo dominante.

4.2.1. *Sistemas con constante de tiempo dominante*

Un sistema FOPDT con constante de tiempo dominante es aquel en que  $\tau \gg h$ . Como ejemplo, considera el sistema

$$P(s) = \frac{1}{20s + 1} e^{-s} \quad (36)$$

La aplicación directa de (34) resulta en el compensador base PI-IMC con parámetros  $k_p = 10$  and  $\tau_i = 20s$  (for  $\lambda = 1$ ). Por otro lado, aplicando el método SIMC, se obtiene el compensador base PI-SIMC con la misma ganancia proporcional,  $k_p = 10$ , pero con un tiempo integral más pequeño,  $\tau_i = 8$  s (es decir, una acción integral más agresiva). Finalmente, el compensador reseteado se elige con un compensador base PI-SIMC y con  $p_{reset} = 0,55$ .

En la Fig. 22, se comparan las respuestas en bucle cerrado de los tres compensadores: PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC. El compensador reseteado PI+CI-SIMC se ha diseñado para reducir el sobreimpulso (sin modificar el rechazo de perturbaciones) del compensador PI-SIMC. En la Tabla 1, se muestran para los tres casos índices tales como la integral del valor absoluto (IAE) o la integral del valor absoluto del error (ITAE). Como resultado, para sistemas FOPDT con constante de tiempo dominante, el compensador PI+CI permite obtener buenos resultados en cuanto a seguimiento de referencias y rechazo de perturbaciones, sin sacrificar márgenes de robustez.

Tabla 1: Índices de rendimiento

	Referencia		Perturbación		Márgenes	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	2.20	5.05	5.85	237.45	61.3	9.92
PI-SIMC	3.09	14.07	2.33	67.2	52.5	9.64
PI+CI-SIMC	2.30	6.47	2.33	67.2	51	9.19

Una regla muy simple para ajustar un compensador PI+CI para un sistema FOPDT con constante de tiempo dominante es:

1. Ajusta el compensador base usando el método SIMC:

$$k_p = \frac{\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = 8h$$

2. Elige  $p_{reset}$  en el intervalo  $[0, 1]$  en función de  $\tau/h$ , obteniendo valores más próximos a 1 para valores muy grandes de  $\tau/h$  (valores típicos están en el intervalo  $[0,3, 0,6]$ )

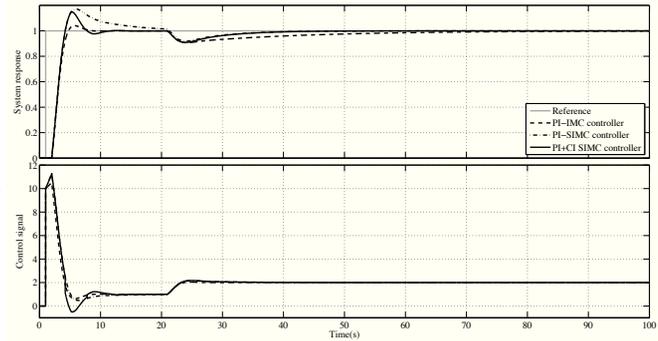


Figura 22: Señales de salida y de actuación para compensadores PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC

4.2.2. *Sistemas FOPDT con retardo dominante*

Se considera que un retardo  $h$  empieza a ser significativo cuando es del mismo orden de magnitud que la constante de tiempo  $\tau$ , usualmente cuando  $h \in [0,5, 1]\tau$ . Un ejemplo de esta clase de sistemas es:

$$P(s) = \frac{1}{2s + 1} e^{-s} \quad (37)$$

Para este sistema, el compensador PI-IMC está dado por  $k_p = 1$  and  $\tau_i = 2$  s. En primer lugar, se ajustará un compensador PI+CI-IMC (que tiene como compensador base PI-IMC), con un valor pequeño de  $p_{reset}$ , por ejemplo  $p_{reset} = 0,1$ . En la Fig. 23, puede comprobarse que la acción de reseteo empeora la respuesta del sistema en bucle cerrado, incrementando el undershoot. En general, la acción de reseteo no mejora la respuesta del compensador base debido al hecho de que éste presenta una respuesta con un sobreimpulso muy pequeño y muy poco oscilatoria. Para forzar una respuesta más oscilatoria se puede desintonizar el compensador base por ejemplo usando  $\lambda = \frac{2}{3}h$ . En este caso, el compensador base PI-des tiene como parámetros  $k_p = 1,2$  and  $\tau_i = 2$ . Usando el compensador PI+CI-des (con el compensador base PI-des) con un valor  $p_{reset} = 0,1$ , se obtiene los resultados que se muestran en la Fig. 24 y en la Tabla 2.

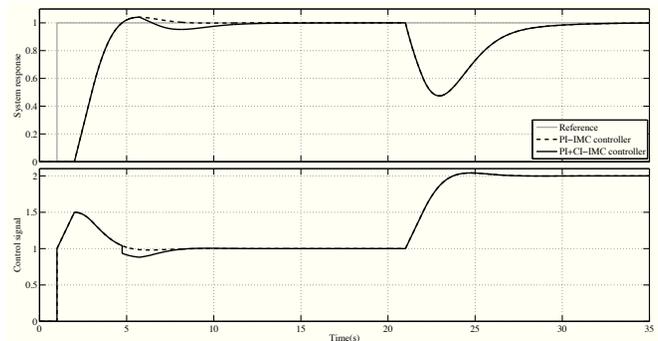


Figura 23: Señales de salida y de actuación para compensadores PI-IMC y PI+CI-IMC

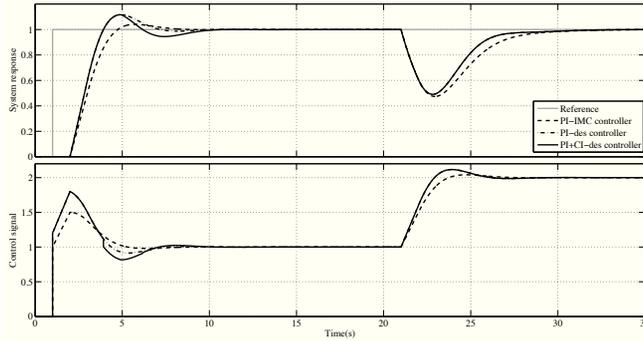


Figura 24: Señales de salida y de actuación para compensadores PI-IMC, PI-des y PI+CI-des

Tabla 2: Índices de rendimiento

	Referencia		Perturbación		Márgenes	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	2.17	5.05	2.00	47.89	61.3	9.94
PI-des	2.10	5.01	1.67	39.46	55.6	8.36
PI+CI-des	2.15	5.03	1.67	39.46	56	8.23

Analizando los resultados, puede verse que a cambio de sacrificar parte de los márgenes de robustez, PI-des se comporta mejor que PI-IMC. Pero de nuevo, el compensador reseteado PI+CI-des se comporta peor que su compensador base PI-des. Como conclusión, si no se realizan modificaciones, el compensador PI+CI no es apropiado para sistemas FOPDT con retardo dominante, o de forma más precisa para sistemas FOPDT que no tengan una constante de tiempo dominante. Más adelante, se comentarán algunas modificaciones tales como el uso de una banda de reset o reset anticipativo, que producen mejoras significativas en el caso de sistemas FOPDT con retardo dominante.

### 4.3. Sistemas con integrador

Los sistemas que tiene un integrador son conocidos por ser buenos candidatos para el uso de compensadores reseteados. Esta propiedad, ya mencionada en el trabajo seminal de Clegg (1958), se ha analizada formalmente para un ejemplo en Beker et.al. (2001). En lo que sigue, se mostrará como un compensador PI+CI puede mejorar el comportamiento de un compensador PI bien sintonizado para este tipo de sistemas. En general, un sistema FOPDT puede aproximarse por un sistema con integrador cuando la constante de tiempo es mucho mayor que el retardo:

$$P(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-hs} \approx \frac{k}{\tau s} e^{-hs} = \frac{k'}{s} e^{-hs} \quad (38)$$

Obviamente, un sistema con integrador es un caso límite de un sistema con constante de tiempo dominante. En este caso la ganancia del sistema está dada por la ganancia de velocidad  $k' = \frac{k}{\tau}$ . Si usamos el método de ajuste desarrollado anteriormente el resultado que se obtiene es simplemente:

1. Ajusta el compensador base  $PI_{base}$ , usando

$$k_p = \frac{\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = 8h$$

2. Ajusta  $p_{reset}$  a su valor máximo, esto es  $p_{reset} = 1$ .

A modo de ejemplo, considera el sistema con función de transferencia

$$P(s) = \frac{(0,17s + 1)^2}{s(s + 1)^2(0,028s + 1)} \quad (39)$$

que puede aproximarse por el sistema con integrador

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s} e^{-1,69s} \quad (40)$$

Para este sistema, el compensador PI+CI resultante tiene como parámetros  $k_p = 0,3$ ,  $\tau_i = 13,5$  s, and  $p_{reset} = 1$ . En la Fig. 25 y en la tabla 3, se muestran las respuestas de lazo cerrado producidas por los compensadores PI y PI+CI.

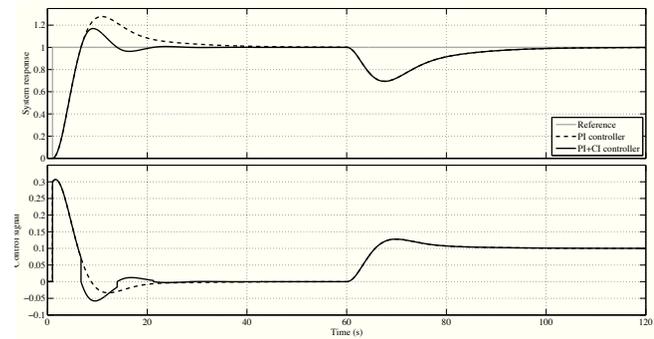


Figura 25: Señales de salida y de actuación para compensadores PI y PI+CI

Tabla 3: Índices de rendimiento

	Referencia		Perturbación		Márgenes	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI	6.43	62.80	4.48	328.3	48.6	24.28
PI+CI	4.17	20.44	4.48	328.3	48.4	23.9

Puede concluirse que la acción de reset mejora significativamente el seguimiento de referencias, sin degradar el rechazo de perturbaciones y los márgenes de robustez.

### 4.4. Resumen de las reglas de ajuste del PI+CI

A modo de resumen, la Tabla 4 contiene las diferentes reglas de ajuste. Sin ninguna modificación, el compensador PI+CI no es apropiado para sistemas que no tengan una constante de tiempo dominante. Para este caso, hay varias modificaciones que se analizarán en la siguiente Sección, tales como el uso de una banda de reset (fija o variable) y un parámetro  $p_{reset}$  variable en el tiempo (reset adaptivo).

### 4.5. Mejoras de diseño

En la práctica, se ha comprobado que un número de modificaciones simples del PI+CI (y de la compensación basada en acciones de reseteo) puede ser muy útiles para mejorar el rendimiento y la robustez. En esta Sección, se analizarán cambios relacionados con la forma en que se calculan los instantes de reset (utilizando una banda), y también relacionados con el

Tabla 4: Reglas de ajuste

Sistema	$k_p$	$\tau_i$	$P_{reset}$
Primer orden sin retardo	$\left(\frac{1+kk_p}{2\tau}\right)^2 < \frac{kk_p}{\tau\tau_i}$ $\alpha = \frac{1+kk_p}{2\tau}, \beta = +\sqrt{\frac{kk_p}{\tau\tau_i} - \alpha^2}$		$P_{reset} = \frac{e^{-\frac{\alpha\tau}{\beta}}}{1+e^{-\frac{\alpha\tau}{\beta}}}$
Primer orden cte. tiempo dominante	$\frac{\tau}{2kh}$	$8h$	$[0,3,0,6]$
Primer orden retardo dominante	$\frac{3\tau}{2kh}$	$\tau$	--
Orden dos y superior	Aproximar por un primer orden con retardo		
Integradores	$\frac{1}{2kh}$	$8h$	1

uso de un parámetro  $p_{reset}$  variable en el tiempo (reset adaptivo).

En relación a la ley de reseteo, una primera modificación es el uso de una banda de reset fija, esto es las acciones de reseteo se producen en aquellos instantes de tiempo en los que la señal de error entra en una banda predefinida. En una segunda fase, esta banda se considerará variable en el tiempo, dependiendo de la señal de error y de su derivada. En ambos casos, el objetivo es producir la orden de reset antes del cruce de la señal de error por cero, con lo cual puede cancelarse el efecto del retardo (reset anticipativo).

#### 4.6. Banda de reset fija

El compensador reseteado con banda de reset fija se definió en (Baños et al., 2009). Para un compensador reseteado  $C$  con entrada  $e$  y salida  $v$ , la acción de reset se realiza en el instante  $t$  tal que  $(e(t), \dot{e})$  está en el conjunto  $B$  (véase Sección 2.4). En general, es esperable que el uso de una banda de reset fija sea una buena opción de diseño en sistemas con un retardo  $h$  significativo o dominante, y en problemas con una referencia  $r$  constante. En este caso, la anchura de la banda  $\delta$  está relacionada directamente con el retardo  $h$  y la altura del escalón  $r$ , siendo el objetivo del uso de la banda anticiparse al cruce por cero de la señal de error. Para una respuesta escalón con tiempo de subida  $t_r$ , un valor adecuado de  $\delta$  es

$$\frac{\delta}{r} \approx \frac{0,8h}{t_r} \quad (41)$$

Por ejemplo, si se considera el ejemplo de sistema con integrador de la Sección 4.3, el tiempo de subida en este caso es  $t_r \approx 2,5s$  y el retardo es  $h = 1,69$ . Entonces, la anchura de la banda de reset para un escalón unidad es  $\delta = 0,5$ . Las figuras 26 y 27 muestran la respuesta escalón y la señal de control para el compensador base PI y los compensadores reseteados sin banda y con banda. El uso de la banda ha mejorado significativamente la respuesta escalón, reduciendo notablemente las oscilaciones.

Por otro lado, utilizando la función descriptiva del integrador de Clegg con banda de reset es posible obtener el valor de  $\delta/r$  correspondiente al mayor adelanto de fase sobre la frecuencia  $1/h$ . La función descriptiva de compensador PI+CI con banda de reset está dada por

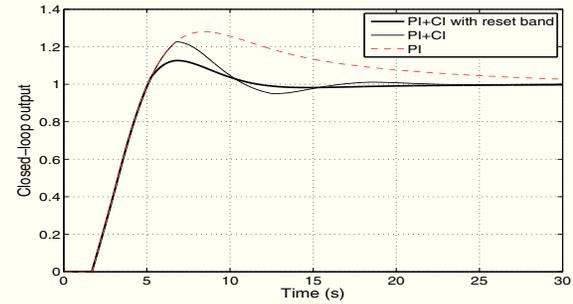


Figura 26: Respuesta a escalón para compensadores PI y PI+CI

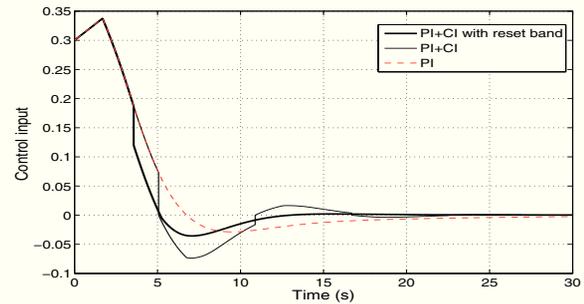


Figura 27: Señal de actuación para compensadores PI y PI+CI

$$D_{PI+CI}^{\delta}(E, \omega) = k_p \left( 1 + \frac{1}{j\omega\tau_i} \left( 1 + \frac{j4p_{reset} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{E}\right)^2}}{\pi} e^{j\sin^{-1}\left(\frac{\delta}{E}\right)} \right) \right) \quad (42)$$

siendo  $E$  la amplitud de la señal de error. A modo de comparación, en la Fig. 28 se muestra el diagrama de Bode de un compensador base PI ( $k_p = \tau_i = 1$ ) y el diagrama de Bode de un compensador PI+CI ( $k_p = \tau_i = 1$  and  $p_{reset} = 0,50$ ) con varias bandas de reset ( $\frac{\delta}{E} = 0,25, 0,50, 0,75$  and  $1,00$ ). Puede comprobarse que la fase del compensador PI+CI se incrementa para algunos valores de la banda. En este caso, el mayor incremento de fase se obtiene para bandas en el rango  $\frac{\delta}{E} \in [0,25, 0,50]$ . En la práctica, este incremento de fase se utiliza para que el retardo sea menos influyente en la respuesta, produciendo menos oscilaciones, y por lo tanto valores más pequeños de IAE y ITAE.

#### 4.7. Banda de reset variable

El inconveniente principal de una banda de reset es que el resultado es bueno solamente en el caso en que la referencia (o la perturbación) sea constante. Por ejemplo, en la Fig. 29 puede verse como el PI+CI con banda fija diseñado para un escalón unidad funciona mal para escalones de otras alturas en los instantes  $t = 15s$  y  $t = 30s$ . En la práctica, si consideramos referencias y/o perturbaciones escalón con diferentes alturas, la anchura de la banda de reset debe hacerse variable. En las Fig. 29 and 30 se comparan un PI+CI con banda fija y un PI+CI con banda variable. Queda claro que una banda de reset variable es

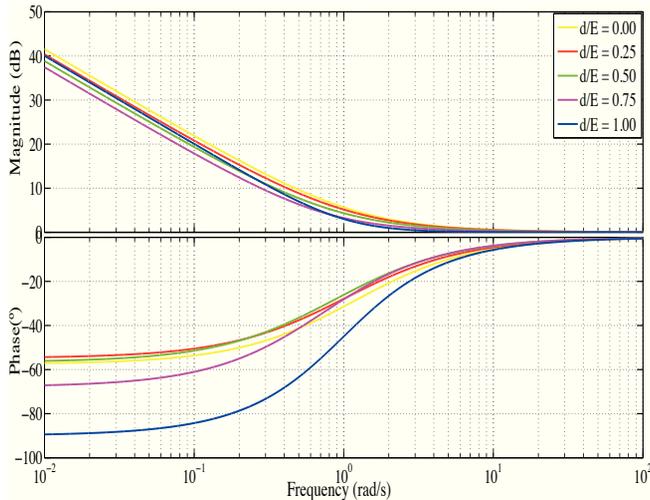


Figura 28: Gráficas de Bode del PI+CI para varios valores de la banda de reseteo

obligatoria en la práctica si se especifican diferentes niveles en referencias y/o perturbaciones.

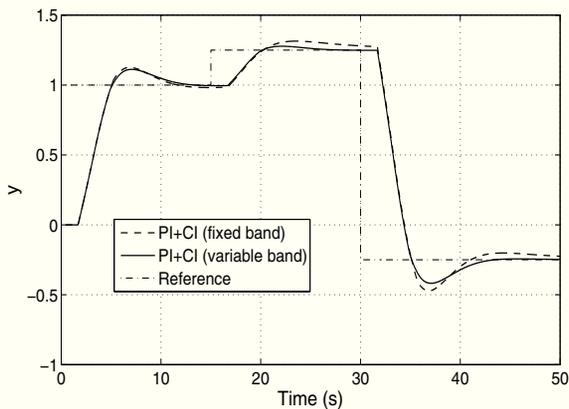


Figura 29: Señales de salida para compensadores PI+CI con banda fija y variable

## English Summary

### Reset Control Systems.

#### Abstract

A reset control system is formed by a linear controller endowed with certain resetting mechanism, that sets to zero the state. This zeroing of some of the state coordinates is applied when certain condition holds. The condition that triggers resetting is usually the zero crossing of the tracking error. The idea of reset control dates back to Clegg Integrator (CI) in 1958, and was adopted in the 70's by I. Horowitz, who emphasized the ability of reset systems to overcome fundamental limitations of linear systems with delays or with poles or zeros in the right half-plane. Left aside for some time, the idea was recovered in the

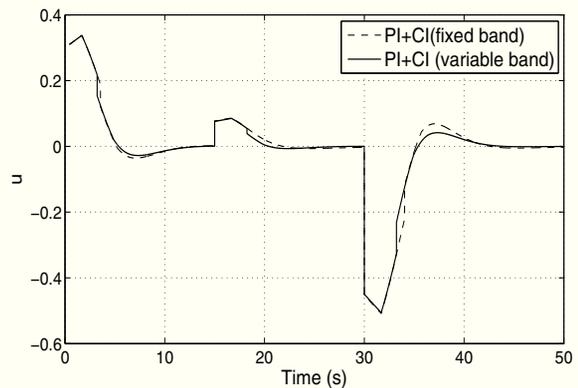


Figura 30: Señales de actuación para compensadores PI+CI con banda fija y variable

last decade and was given a new impulse by several research teams that contribute with advances in analysis, design and application of reset control systems. This interest appears in the context of the present boom of hybrid systems: a reset system is a particular case of hybrid system that, in spite of its simplicity, enables the possibility of overcoming linear limitations. The objective of this work is to present, in the form of a tutorial, the current panorama in the field. First, a historical review is introduced, on the three main approaches to reset control: the classical approach (based on zero-crossing of the tracking error), the impulsive approach (where reset is applied on a temporal basis) and the hybrid approach (where some sector reset condition is defined). Next, a summary of results is presented on analysis topics (relation to fundamental limitations, stability) and finally several design proposals are discussed, focused to the tuning of PI+CI compensators.

#### Keywords:

Hybrid systems, Reset control systems, Fundamental limitations, Clegg Integrator, PI+CI compensator.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo de la Secretaría de Estado de Investigación, Desarrollo e Innovación, bajo los proyectos coordinados DPI-2010-20466-C02-01 y DPI-2010-20466-C02-02.

## Referencias

- Aangenent, W.H.T.M., G.Witvoet, W.P.M.H. Heemels, M.J.G. van de Molengraft, M. Steinbuch (2009), "Performance analysis of reset control systems", *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20 (11), pp. 1213-1233.
- Åström, K.J. (2000), "Limitations on Control System Performance", *European Journal of Control*, 6, pp.2-20.
- Åström, K. J., Hägglund, T. (2001), "The future of PID control", *Control Engineering Practice*, 9, 1163-1175.
- Åström, K.J. and R.M.Murray (2008), *Feedback systems. An introduction for scientists and engineers*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

- Bainov, D. D., Simeonov (1989), *Systems with impulse effect: stability, theory and applications*, Ellis Horwood, Chichester.
- Bakkeheim, J., Johansen, T. A., Smogeli, O. N., Sorensen, A. J. (2008), "Lyapunov-based integrator resetting with application to marine thruster control". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 16(5) 908-917.
- Baños, A., A. Barreiro (2006), "Delay-independent stability of reset control systems", 32nd Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, Paris, France.
- Baños, A., A. Barreiro (2007), "Delay dependent stability of reset control systems", *American Control Conference*, New York, EE.UU.
- Baños, A., A. Barreiro (2009), "Delay-independent stability of reset systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54 (2), 341-346.
- Baños, A., A. Barreiro (2012), *Reset control systems*, Springer, Londres.
- Baños, A., J. Carrasco, A. Barreiro (2007), Reset times-dependent stability of reset control system", *European Control Conference*, Kos, Grecia.
- Baños, A., J. Carrasco, A. Barreiro (2007), Reset times-dependent stability of reset control with unstable base systems", *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Vigo, España.
- Baños, A., J. Carrasco, A. Barreiro (2011), Reset times-dependent stability of reset control systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(1), pp. 217-223.
- Baños, A., S. Dormido, A. Barreiro (2009), "Stability analysis of reset control systems with reset band", *3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Zaragoza, España.
- Baños, A., A. Barreiro, S. Dormido (2010), "Limit cycles analysis in reset systems with reset band", *Nonlinear analysis: hybrid systems*, doi:10.1016/j.nahs.2010.07.004.
- Baños, A., J. I. Mulero (2012), On the well-posedness of reset control systems, *Abstract and Applied Analysis*.
- Baños, A., A. Vidal (2007), "Definition and tuning of PI+CI reset controller", *European Control Conference*, Kos, Grecia.
- Baños, A., A. Vidal (2007), "Design of PC+CI reset compensators for second order plants", *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Vigo, España.
- Barreiro, A., A. Baños, (2010), "Delay-dependent stability of reset systems", *Automatica*, 46 (1), pp. 216-221.
- Barreiro, A., A. Baños, S. Dormido(2011), Reset control systems with reset band: well-posedness and limit cycle analysis", *19th Mediterranean Control Conference*, 20-23 June 2011, Corfu, Greece.
- Beker, O., (2001), *Analysis of reset control systems*, Ph. D. Thesis, University of Massachusetts Amherst.
- Beker, O. C.V. Hollot, Y. Chait and H. Han, (2001). "Plant with integrator: an example of reset control overcoming limitations of linear systems". *IEEE Trans. on Autom. Control*, 46(11), pp. 1797-1799.
- Beker, O. C.V. Hollot, Y. Chait and H. Han, (2004). "Fundamental properties of reset control systems". *Automatica*, 40, pp. 905-915.
- Carrasco, J., A. Baños A. and A.J. van der Schaft, (2010) A passivity-based approach to reset control systems stability *Systems and Control Letters*, Vol. 59(1), pp.18-24.
- Chait Y. and C. Hollot, (2002) On Horowitz's contributions to reset control *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 12(4), 335-355.
- Clegg, J.C. (1958), A nonlinear integrator for servomechanism, *Transactions A.I.E.E.m, Part II*, 77, pp. 41-42.
- Fernández-Villaverde, A., A. Barreiro, J. Carrasco y A. Baños, Reset control for passive bilateral teleoperation", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(7), pp. 3037 - 3045.
- Goebel, R., R. Sanfelice, and A.R. Teel (2009). "Hybrid dynamical systems". *IEEE Control Systems Magazine*.
- Guo Y., Wang Y., Xie L., (2009), "Frequency-domain properties of reset systems with application in hard-disk-drive systems", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 17(6) 1446-1453.
- Guo Y., Wang Y., Xie L., and Zheng, J. (2009), "Stability analysis and design of reset systems: Theory and an application", *Automatica*, 45 (2), pp. 492-497.
- Guo Y., W. Gui, Ch. Yang, L. Xie (2010), "Stability analysis and design of reset control systems with discrete-time triggering conditions", *Automatica*, 48, pp. 528-535.
- Guo Y., Y. Wang y L. Xie (2010), Robust stability of reset control systems with uncertain output matrix", doi:10.1016/j.automatica.2012.05.62.
- Haddad, W.M., VS Chellaboina and S.G. Nersesov (2006), *Impulsive and hybrid dynamical systems. Stability, dissipativity and control*, Princeton University Press, Princeton NJ.
- Horowitz, I. M. and P. Rosenbaum (1975), "Nonlinear design for cost of feedback reduction in systems with large parameter uncertainty", *Int. Journal of Control*, 24 (6), pp. 977-1001.
- Krishnan, K.R, and Horowitz, I. M. (1974), "Synthesis of a nonlinear feedback system with significant plant-ignorance for prescribed system tolerances", *International Journal of Control*, 19 (4), pp. 689-706.
- Lakshmikantham, V., D.D. Bainov and P.S. Simeonov (1989), *Theory of impulsive differential equations*, World Scientific, Singapore.
- Loquen T., S. Tarbouriech, Ch. Prieur (2008), "Stability of reset control systems with nonzero reference", *Proceedings of the 47th IEEE Conf. on Decision and Control*, Cancun, Mexico.
- Nešić D., L. Zaccarian and A.R. Teel (2008). "Stability properties of reset systems". *Automatica*, 44 (8), pp. 2019-2026.
- Nešić D., A.R. Teel .L. Zaccarian (2011). "Stability and performance of SISO control system with FORE". *IEEE TAC*, 56(11) 2567-2582.
- D. Paesa, A. Baños, C. Sagues. (2011) 'Optimal reset adaptive observer design', *Systems and Control Letters*, 60(10):877-883.
- Paesa, D., C. Franco, S. Llorente, G. Lopez-Nicolas, C. Sagues (2012) Reset adaptive observer for a class of nonlinear systems". *IEEE Trans. on Autom. Control*, 57(2), 506-511.
- Skogestad, S. (2003), "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning", *Journal of Process Control*, 13 (4), pp. 291-309.
- Smith, C. L., Corripio, A. B., Martin, J. (1975), Controller tuning from simple process models", *Instrumentation Technology*, 22 (12), pp. 39-44.
- Tarbouriech, S., T. Loquen, C. Prieur (2011). Anti-windup strategy for reset control systems", *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 21(10)1159-77.
- Vidal, A., Baños, A., Moreno, J. C., Berenguel, M. (2008), "PI+CI compensation with variable reset: application on solar collector fields", *34th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*, Orlando, Florida, EE.UU.
- Vidal, A., Baños, A. (2008) "QFT-based design for PI+CI reset compensator: applications in process control", *16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, Francia.
- Vidal, A., Baños, A. (2009), "Stability of reset control systems with variable reset: application to PI+CI compensation", *European Control Conference*, Budapest, Hungary.
- Vidal, A., Baños, A. (2009), Reset compensation applied on industrial heat exchangers", *14th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Mallorca, España.
- Vidal, A., A. Baños (2010). Reset compensation for temperature control: experimental applications on heat exchangers. *Chemical Engineering Journal*, 159 (1-3), pp. 170-181.
- Wu, D., Guo, G., Wang, Y. (2007), Reset Integral-Derivative Control for HDD servo systems". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15 (1), 161-167.
- Yang, T., (2001), *Impulsive Control Theory*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 272. Springer, Berlin.
- Zaccarian, L., D. Nešić, and A. R. Teel (2005), First order reset elements and the Clegg integrator revisited *Proc. American Control Conference*, 1, 563-568.
- Zheng, Y., Chait, Y., Hollot, C. V., Steinbuch, M., Norg, M. (2000), 'Experimental demonstration of reset control design'. *Control Eng. Practice* 8(2) 113-120.
- Zheng J., Y. Guo, M. Fu, Y. Wang, L. Xie (2007), Improved reset control design for a PZT positioning stage, *Proceedings of the 16th IEEE Int. Conf. on Control Applications*, Singapore.
- Zheng, J., Guo, Y., Fu, M., Wang, Y., Xie, L. (2008), Development of an extended reset controller and its experimental demonstration, *IET Control Theory and Applications*, 2, 866-874.
- Zheng, J. Fu, M., (2010), A reset state estimator using an accelerometer for enhanced motion control with sensor quantization *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 18(1) 79-90.